Werk

Titel: Über das neue fragmentum mathematicum Bobiense

Autor: Cantor, M.

Ort: Berlin

Jahr: 1881

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?509862098_0016|log63

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

ÜBER DAS NEUE FRAGMENTUM MATHEMATICUM BOBIENSE.

Im 2. Hefte des XVI. Bandes dieser Zeitschrift hat H. Belger ein sehr interessantes Bruchstück eines bisher noch unbekannten griechischen Buches über Brennspiegel veröffentlicht. Das Interesse würde aber entschieden noch erhöht worden sein, wenn der Herausgeber es nicht verschmäht zu haben schiene, sich von irgend einem ihm bekannten Lehrer der Mathematik Auskunft über den leicht zu ermittelnden Sinn des Aufgefundenen zu erbitten. Eine solche Erläuterung setzt nämlich den Philologen in den Stand, die ganze Stelle p. 114, 8—28 in unzweifelhafter Form wiederherzustellen. Herrn Professor Dr. C. Wachsmuth ist wenigstens diese Restitution gelungen, und wir schalten, bevor wir weitergehen, dessen in einem Briefe niedergelegten Antheil an unserer kleinen Untersuchung hier ein.

Der originelle Beweis, der den wichtigsten Theil des neuen 'fragmentum mathematicum Bobiense' bildet, dessen Entzifferung und Verständniss aber dem ersten Herausgeber nur theilweise gelungen ist, muss — auf Grund der mathematischen Einsicht, die Sie mir gestern eröffneten und der sich daran anschliessenden gemeinschaftlichen Erwägungen — folgendermafsen[1]) lauten:

p. 114, 8 *ἐκκείσθω κύκλου περιφέρεια ἡ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ἐν ᾗ ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ τετραγώνου πλευρά, κέντρον δὲ τοῦ*

9 *κύκλου τὸ $\overline{\delta}$, καὶ ἡ $\overline{\delta\varepsilon\beta}$ δίχα τεμνέτω τὴν $\overline{\alpha\gamma}$, καὶ δίχα [τετμήσθω] ἡ $\overline{\beta\delta}$ τῷ $\overline{\vartheta}$,*

10 *καὶ ἀπὸ τυχόντος σημείου τῇ $\overline{\delta\beta}$ παράλληλος ἤ[χθω] ἡ $\overline{\zeta\eta}$· λέγω*

11 *ὅτι ἡ $\overline{\zeta\eta}$ ἀνακλασθήσεται πρὸς ἴσην γωνίαν μεταξὺ τῶν $\overline{\varepsilon}$ $\overline{\vartheta}$. ἐπε-*

---

1) In eckige Klammern ist das Ergänzte, in Winkelhaken das Auszuscheidende eingeschlossen.

12 ζεύχϑωσαν ἄρ᾽ αἱ $\overline{\delta\eta}$ $\overline{\eta\vartheta}$ $\overline{\eta\varepsilon}$. — ἐπεὶ ἡ $\overline{\vartheta\beta}$ διὰ τοῦ κέντρου ἐστί, μείζων

13 ἡ $\overline{\vartheta\eta}$ τῆς $\overline{\vartheta\beta}$, ἴση δὲ ἡ $\overline{\vartheta\beta}$ τῇ $\overline{\vartheta\delta}$ ὑπόκειται, μείζων ἄρ᾽ ἔστιν ἡ $\overline{\eta\vartheta}$

14 τῆς $\overline{\delta\vartheta}$· μείζων ἄρ᾽ ἔστιν ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\vartheta\delta\eta}$ γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\eta\zeta}$ (ἐν γὰρ παραλλήλοις

15 αἱ ἐναλλὰξ) τῆς [ὑπὸ] $\overline{\delta\eta\vartheta}$. ἐπεὶ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ $\overline{\gamma\varepsilon}$ τῆς $\overline{\varepsilon\eta}$

16 (ἀπώτερον μὲν γὰρ ἡ $\overline{\varepsilon\gamma}$ τῆς διὰ τοῦ κέντρου, ἐγγύτερον — oder wohl vielmehr ἔγγιον — δὲ ἡ $\overline{\varepsilon\eta}$), ἴση

17 δὲ ἡ $\overline{\gamma\varepsilon}$ τῇ $\overline{\varepsilon\delta}$, ὡς ἐδείξαμεν (?), μείζων ἄρ᾽ ἔστιν ἡ $\overline{\varepsilon\delta}$ τῆς $\overline{\varepsilon\eta}$, μείζων ἄρα καὶ γωνία

18 ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\varepsilon\eta\delta}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\eta}$, τουτέστι τῆς ὑπὸ τῶν $\overline{\delta\eta\zeta}$ (ἐλάσσων δὲ ἐ-

19 δείχϑη ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\vartheta\eta\delta}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\delta\eta\zeta}$)· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν $\overline{\delta\eta\zeta}$ τῆς μὲν

20 ὑπὸ τῶν $\overline{\vartheta\eta\delta}$ ἐστὶ μείζων, τῆς δὲ ὑπὸ τῶν $\overline{\varepsilon\eta\delta}$ ἐλάσσων. ἡ ἄρα τῇ ὑπὸ τῶν $\overline{\delta\eta\zeta}$ ἴση συν-

21 ισταμένη μείζων τῆς [ὑπὸ] $\overline{\vartheta[\eta\delta]}$ οὖσα πεσεῖται ὡς ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\varkappa\eta\delta}$ ἴση τῇ

22 ὑπὸ τῶν $\overline{\delta\eta\zeta}$. ἐπεὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\delta\eta[\beta]}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\delta\eta\gamma}$, (ἡ

23 μὲν γὰρ $\overline{\delta\eta}$ διὰ τοῦ κέντρου οὖσα, δ[ι]αμέτ[ρῳ δὲ ποιοῦνται]

24 γωνίαι ἴσαι ἀλλήλοιν), λοιπὴ ἄρ᾽ ἡ ὑπὸ τῆς $\overline{\eta\zeta}$ ⟨εϑ⟩ καὶ τῆς $\overline{[\eta]\gamma}$ γωνία ἴση ἐστὶν

25 τῇ ὑπὸ τῆς $\overline{\eta\varkappa}$ ⟨ε⟩ καὶ τῆς $\overline{\eta\beta}$. — ὁμο[ίως] δὲ καὶ αἱ λοιπαὶ τῇ

26 $\overline{\beta\delta}$ παράλληλοι ἀγόμεναι ἀνακλασϑήσονται πρὸς ἴσην γωνίαν μεταξὺ τῶν

27 $\overline{\varepsilon}$ $\overline{\vartheta}$. καὶ καϑ᾽ ὅλην ἄρα τὴν $\overline{\alpha\beta\gamma}$ περιφέρειαν παράλληλοι ἀγ[ό]μεναι τῇ $\overline{\beta\delta}$ ἀ-

28 νακλασϑήσονται πρὸς ἴσην γωνίαν μεταξὺ τῶν $\overline{\varepsilon}$ $\overline{\vartheta}$.

Meinerseits habe ich dem nur noch weniges hinzuzufügen. Das wichtigste war die Stelle, die das Theorem des Verfassers formulirt, richtig zu fassen. Zum Glück ist die hier gebrauchte Wendung an vier verschiedenen Stellen: Z. 11, Z. 26, Z. 28 und Z. 31 zu finden. Danach lässt sich zunächst über die Schrift selbst folgendes sagen. Das erste der zwei Worte, die Belger

p. 276 unentziffert liess, wird bezeichnet durch *M* und darüber gesetztes *Z* oder *Ξ* (vgl. die Form des *ξ* in *δείξομεν* Z. 15); das zweite wird zwei Mal (Z. 11 und Z. 26) geschrieben als *T* mit dem Strich für *ὀν*, zwei Mal (Z. 28 und Z. 31) *T* mit einem Compendium, das von dem für *ὀν*, für *ῆς* und für *ήν* verschieden ist. Das heisst, wir haben hier 1) ein Wort, das mit *μ* anfängt und weiter als besonders charakteristisch ein *ζ* oder *ξ* hat, das zugleich in der mathematischen Terminologie so häufig vorkommt, dass sich ein Compendium dafür ausgebildet hat, 2) eine Form des Artikels, die weder *τὸν* noch *τῆς* noch *τὴν* noch auch *τοῦ* ist, wahrscheinlich aber *τῶν*, da die Verwechselung, die dann Z. 11 und Z. 26 anzunehmen ist (*τὸν* und *τῶν*) dem Schreiber auch sonst geläufig ist (s. Belger a. a. O. und Diels im Hermes XII S. 423). Da nun der von Ihnen festgestellte unerlässliche mathematische Begriff „zwischen den Punkten $\bar{\varepsilon}$ und $\bar{\vartheta}$“ ist, so wird allen Anforderungen gleichmäfsig genügt durch das, was ich oben schrieb, *μεταξὺ τῶν* $\bar{\varepsilon}$ $\bar{\vartheta}$, womit zugleich die hiefür technische Formel hergestellt ist, vgl. z. B. Pappus III 2 p. 34, 24 Hultsch. *ἤτοι μεταξὺ πίπτει τῶν ΘΡ ἢ μεταξὺ τῶν ΡΤ.*

Schwieriger herzustellen ist die Partie Z. 22—25, da hier der Schreiber offenbar Versehen begangen hat und an einer Stelle die Schrift vollständig unlesbar wird. In dem Vordersatz ist nichts geändert; denn die Winkelbezeichnung $\overline{\delta\eta\beta}$ (Z. 22) steht eigentlich ganz da, nur dass das letzte *β* etwas undeutlich ist. In den parenthetischen Begründungssatz (Z. 23. 24) fällt die unlesbare Stelle, die mit voller Sicherheit ja nicht zu ergänzen ist; das oben Gesetzte lässt wenigstens keines der lesbaren Zeichen unbeachtet und giebt einen erträglichen Sinn. Positive Irrthümer des Schreibers liegen aber Z. 24 und 25 vor. Hier hat ihn offenbar die ungewöhnliche (sachlich ja durchaus motivirte) Art die Winkel nicht durch drei Buchstaben, sondern durch zwei Linien mit je zwei Buchstaben zu bezeichnen, irritirt und die von ihm auf gut Glück hinzugefügten Buchstaben $\overline{\varepsilon\vartheta}$ in Z. 24 zu der Linie $\overline{\eta\zeta}$ und $\bar{\varepsilon}$ in Z. 25 zu der Linie $\overline{\eta\kappa}$ müssen einfach wieder getilgt werden; das so bezeichnete ist ja auch einfach als Linie unmöglich, während doch die hier viermal wiederkehrende Form des Artikels *τῆς* (die freilich Belger p. 277 nicht verwerthet hat) so deutlich wie möglich zeigt, dass von je zwei Linien die Rede ist.

Die Ueberleitung endlich zu den verallgemeinernden Schlusssätzen war in ihrer Fassung durch das deutlich erhaltene δὲ καὶ bestimmt; es muss also dem δὲ noch ein Wort vorausgehen, das nichts anderes bedeutet haben kann, als 'in derselben Weise', 'ähnlich', 'analog', u. dgl. Mit den nicht ganz deutlichen Zügen der erhaltenen Buchstaben vor δὲ καὶ schien mir ὁμοίως sich fast vollständig zu decken.

Alles Andere bedarf nur Ihrer Erläuterungen. Da es sich aber hier um ein interessantes Bruchstück einer Schrift 'über Brennspiegel' handelt, so erlauben Sie mir bei dieser Gelegenheit Ihnen Mittheilung von einer nicht unwichtigen Thatsache zu machen, die sich Ihrer Aufmerksamkeit, wie ich sehe (Vorl. üb. Gesch. d. Math. I S. 306) entzogen hat, dass nämlich die namhafteste Schrift dieser Gattung, die des Diokles περὶ πυρείων, sich, wenn auch nicht im griechischen Urtext, so doch in arabischer Uebersetzung erhalten hat und sich (zusammen mit Schriften des Archimedes und seines Commentators Eutokios) in einem Codex des Escurial (n. 955) findet, vgl. Wenrich, de auctor. Gr. vers. Syriac. 1842 p. 197.

C. WACHSMUTH.

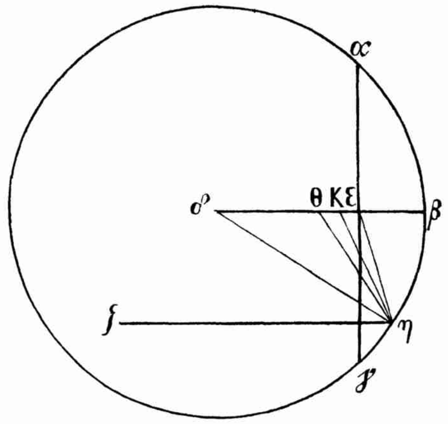
Die Richtigkeit der Wiederherstellung prüfen wir mittels einer Uebersetzung, die uns Gelegenheit geben soll einige Bemerkungen anzuschliessen.

Es liege vor der Kreisbogen $\alpha\beta\gamma$, in welchem die Seite $\alpha\gamma$ des [dem Kreise eingeschriebenen] Quadrates[1]) sich befindet; Mittelpunkt des Kreises sei δ und die $\delta\varepsilon\beta$ halbire die $\alpha\gamma$, so wie auch die $\beta\delta$ in θ halbirt sei. Von einem beliebigen Punkte aus werde parallel zur $\delta\beta$ die $\zeta\eta$ gezogen; ich behaupte, dass die $\zeta\eta$ unter gleichem Winkel [nach einer Stelle] zwischen θ und ε zurückgeworfen werden wird. Nun werden die $\delta\eta$, $\eta\theta$, $\eta\varepsilon$ gezogen. Weil die $\theta\beta$ durch den Mittelpunkt geht, ist $\theta\eta$ gröfser als $\theta\beta$[2]),

1) In jeden Kreis kann nur ein einziges der Gröfse nach bestimmtes Quadrat einbeschrieben werden; demnach ist $\alpha\gamma$ keine willkürliche, sondern eine gegebene Strecke. Zieht man von α und von γ aus durch δ die zwei Durchmesser, so sind mittels derselben die beiden anderen Eckpunkte des Quadrates von der Seite $\alpha\gamma$ bestimmt, und es wird sofort ersichtlich, dass und warum $\delta\varepsilon = \varepsilon\gamma$ sein muss, wovon später Gebrauch gemacht wird.

2) Vgl. Euklid Elementa III 7: Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ

$\theta\beta$ aber ist gleich $\theta\delta$, folglich ist auch $\eta\theta$ gröfser als $\delta\theta$, folglich ist Winkel $\theta\delta\eta$, das ist auch $\delta\eta\zeta$ (denn diese sind Wechselwinkel bei Parallelen) gröfser als $\delta\eta\theta$[1]). Da ferner die $\gamma\varepsilon$ gröfser ist



als die $\varepsilon\eta$ (denn $\varepsilon\gamma$ fällt weiter von der durch den Mittelpunkt gehenden Geraden, $\varepsilon\eta$ dagegen näher), die $\gamma\varepsilon$ aber, wie wir gezeigt haben, der $\varepsilon\delta$ gleich ist, so ist die $\varepsilon\delta$ gröfser als die $\varepsilon\eta$, folglich auch Winkel $\varepsilon\eta\delta$ gröfser als $\varepsilon\delta\eta$, das heisst als $\delta\eta\zeta$ (während gezeigt worden ist, dass $\theta\eta\delta$ kleiner als $\delta\eta\zeta$ war). Da nun der Winkel $\delta\eta\zeta$ einerseits gröfser ist als $\theta\eta\delta$, andrerseits kleiner als $\varepsilon\eta\delta$, so wird ein dem $\delta\eta\zeta$ gleicher Winkel gröfser sein als $\theta\eta\delta$ und etwa in die Lage $\varkappa\eta\delta$ fallen, welcher Winkel nämlich dem $\delta\eta\zeta$ gleich sein mag. Da aber auch der Winkel $\delta\eta\beta$[2]) dem $\delta\eta\gamma$ gleich ist ($\delta\eta$ geht nämlich durch den Mittelpunkt und durch den Durchmesser werden einander gleiche

---

τι σημεῖον ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προςπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες· μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή· τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί.

1) Vgl. Euklid Elementa I 18: *Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.*

2) Unter $\delta\eta\beta$, sowie unter $\delta\eta\gamma$ versteht der Verfasser die Winkel, welche der Halbmesser $\delta\eta$ mit den Bögen $\eta\beta$ ($\eta\gamma$) bildet; wo nachher von solchen gemischtlinigen Winkeln zwischen nicht durch den Kreismittelpunkt gehenden Geraden $\eta\zeta$ ($\eta\varkappa$) und Bögen $\eta\gamma$ ($\eta\beta$) die Rede ist, drückt er sich offenbar absichtlich breiter aus.

Winkel gebildet[1])), so ist auch der übrig bleibende Winkel zwischen $\eta\zeta$ und [dem Bogen] $\eta\gamma$ gleich dem Winkel zwischen $\eta\varkappa$ und [dem Bogen] $\eta\beta$. In ähnlicher Weise werden auch die übrigen der $\beta\delta$ parallel gezogenen Geraden unter gleichem Winkel [nach einer Stelle] zwischen ε und θ zurückgeworfen, und längs dem ganzen Kreisbogen $\alpha\beta\gamma$ werden der $\beta\delta$ parallel gezogene Gerade unter gleichem Winkel [nach einer Stelle] zwischen ε und θ zurückgeworfen.

Wir machen zum Schlusse noch auf die zur Bezeichnung dienenden Buchstaben α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, $\varkappa$ aufmerksam, unter welchen, wie in der besten Zeit griechischer Geometrie, das ι fehlt. Da überdies auch der griechische Text in keiner Weise klassische Ausdrucksform vermissen lässt, so sehen wir nicht die mindeste Veranlassung mit der muthmaſslichen Datirung des Buches, welchem unser Fragment ursprünglich angehört, so weit herabzugehen, als H. Belger vorschlägt. Es kann eben so gut, oder wohl noch besser, den Diokles als einen Zeitgenossen des Anthemius zum Verfasser gehabt haben.

1) Eine Stelle in Euklids Elementen, nach welcher der Durchmesser mit der Peripherie nach beiden Seiten gleiche Winkel bildet, also auf ihr senkrecht steht, ist uns nicht bekannt, man müsste denn mit III 16: ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν sich begnügen, in welchem allerdings bis zu einem gewissen Grade eingeschlossen liegt, dass es nur e i n e ἡμικυκλίου γωνία geben kann.

Heidelberg, 30. October 1881. M. CANTOR.