Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

von Moritz Cantor

Zweiter Band. - 2. Aufl.

Leipzig, 1899. - S. 571 - 608

XIV. Die Zeit von 1550 – 1600

---

(571)

68. Kapitel. **Fortsetzung der Geometrie und Mechanik. Cyclometrie und Trigonometrie.**

Wir müssen noch einen Schriftsteller nennen, welcher auf den hier in unserer Dar-
stellung vereinigten Gebieten der Geometrie und Mechanik sich grosse Verdienste (572)
erworben hat: Simon Stevin[1]

Er ist 1548 in Brügge geboren, 1620 in Leiden oder in Haag gestorben. Er begann als Kaufmann in Antwerpen und setzte vermuthlich diese Beschäftigung auf Reisen in Polen, Dänemark, dem ganzen nördlichen Europa fort. Später stand Stevin in nahen Beziehungen zu Moritz von Oranien, der ebenso ausseramtlich auf seinen Rath hörte, als ihm amtliche Stellungen zuwies. Man weiss von einer Anstellung Stevin's als Vorstand des Waterstaet (Oberwasserbaumeister) und von einer solchen als Generalquartiermeister. Ein von Stevin zuerst ausgesprochener, dann von den Zeitgenossen viel bewunderter und weitergesponnener Gedanke ist

[1] Kästner III, 392–418. — Steichen, *Mémoire sur la vie et les travaux de Simon Stevin* (Bruxelles 1846). — Quetelet pag. 144–168. — Bierens de Haan, Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlande II, 183–229 und 440–445. — Allgem. deutsche Biographie. XXXVI, 158– 160. Die Werke Stevin's wurden von Albert Girard 1634 in einem starken Foliobande im Drucke herausgegeben, den wir als Stevin— citiren. Zwei Schriften (über Musik und über Mühlen) hat Bierens de Haan neu aufgefunden und 1887 l.c. pag. 231–360 zum Abdrucke gebracht.

der von dem „weisen Jahrhunderte"[2]. Vor undenklichen Zeiten habe, behauptet er, das Menschengeschlecht ein allumfassendes Wissen besessen, von welchem mehr und mehr verloren ging, und welches erst allmälig wieder erworben werden müsse, damit dereinst ein zweites weises Jahrhundert erscheine. Stevin war Niederländer durch und durch und schrieb vorzugsweise in seiner niederdeutschen Muttersprache, welche er für diejenige erklärte, die vermöge ihres Reichthums an einsilbigen leicht zusammensetzbaren Stämmen sich vorzugsweise zur Weltsprache eigne[3]. Freilich fügte er sich der Thatsache, dass die von ihm erwünschte Allgemeinverständlichkeit des Niederdeutschen, nicht entfernt vorhanden war, und übersetzte theils selbst seine Schriften nachmals ins Französische, theils liess er es zu, dass sie ins Lateinische übersetzt wurden. Zuerst scheinen 1584 Zinstafeln im Drucke erschienen zu sein, dann 1585 ein Band, welcher die Arithmetik, die vier ersten Bücher des Diophant, die praktische Arithmetik und eine Schrift mit dem Titel *La Disme* in sich schloss. Demselben Jahre 1585 gehören fünf Bücher geometrischer Aufgaben an. Im Jahre 1586 folgten einige Bücher mechanischen Inhaltes. Sehr mannigfaltig sind die *Hypomnemata mathematica*, welche Snellius ins Lateinische übersetzt hatte, und welche in dieser letzteren Sprache 1608 gedruckt wurden.

Die Trigonometrie Stevin's fand 1628 einen Uebersetzer in die deutsche Sprache in Daniel Schwenter[4], der uns im 71. Kapitel bekannt werden wird. (573)
Noch späteren Datums sind Schriften Stevin's über Befestigungskunst, welche unter den Fachmännern nicht minder berühmt sind, als die demselben Gegenstände gewidmeten Untersuchungen Dürer's (S. 468). Auch bei Stevin sind bahnbrechende Gedanken ausgesprochen, von welchen hier, wo wir mit einfacher Namensnennung uns begnügen müssen, der der Verteidigung mittels Schleussenwerke erwähnt werden darf, weil er Stevin in seiner doppelten Eigenschaft als Wasser- und Festungsbaumeister kennzeichnet.

Die eigentlich mathematischen Schriften Stevin's nöthigen uns, ihm mehrfach unsere Aufmerksamkeit zuzuwenden. Für's Erste haben wir es mit seinen geometrischen und mechanischen Werken zu thun, wobei aber eine Schwierigkeit auftritt. Die weitaus verbreiteste Ausgabe von Stevin's Werken ist die französische Uebersetzung durch Albert Girard, welche nach Stevin's Tode vorbereitet erst 1634 nach Girard's Tode herauskam. Bei der an Unauffindbarkeit grenzenden Seltenheit der früheren Drucke ist es uns unmöglich zu bestimmen, wie weit in dieser Girard'schen Gesammtausgabe, abgesehen von Zusätzen des Herausgebers, welche durch Beisetzung von dessen Namen als solche gekennzeichnet sind, noch Veränderungen eintraten. Ob z. B. die fünf Bücher geometrischer Aufgaben von 1585 in den sechs Büchern *De la practique de Géométrie* unserer Ausgabe enthalten sind, lässt sich nicht entnehmen. Unwahrscheinlich ist es nicht, aber denkbar

[2] Stevin pag. 106 (Geographie, Definition VI).
[3] Stevin pag. 114 sqq.
[4] Wertheim brieflich.

wäre auch, dass jene erste geometrische Schrift für uns gänzlich verloren gegangen wäre. Die letztere Möglichkeit beruht darauf, dass in der lateinischen Ausgabe von 1605–1608, welche in manchen Dingen von der französischen Ausgabe sich unterscheiden soll, und welche namentlich eine Abtheilung *De miscellaneis* besitzt, welche dort ganz fehlt[5], auch ein Verzeichniss von Schriften sich findet, welche hätten abgedruckt werden sollen, aber vom Herausgeber noch nicht druckfertig gestellt werden konnten und desshalb vorläufig zurückgelegt wurden[6]. Allerdings sind die *Problemata geometrica* weder in den *Miscellaneis* noch in dem Verzeichnisse fehlender Stücke enthalten, und damit ist für die erstere Möglichkeit eine Stütze gewonnen, welche durch einen Ausspruch des Adriaen van Roomen von 1593 wesentlich verstärkt wird. Dieser berichtet nämlich[7] von einem umfassenden geometrischen Werke Stevin's, an welchem derselbe arbeite, nachdem er 1583 (?) eine Probe davon in den fünf Büchern Aufgaben gegeben habe. (574)

Die französische Ausgabe besteht aus sechs Theilen, von welch der I. eine besondere Seitenzählung, S. l–222, besitzt, während die Theile II bis VI gemeinschaftlich einer neuen Seitenbezeichnung S. l–678, unterworfen sind. Das Ganze bildet mithin einen sehr starken Folioband von 900 Seiten. Die durch zweifache Seitenzählung angedeutete wesentliche Zweitheilung des ganzen Bandes ist darauf zurückzuführen, dass in der vor S. l des I. Theils sich befindende Inhaltsübersicht die Theile II bis V als *Memoires mathematiques du Prince Maurice de Nassau* (Accente sind im Drucke nur äusserst selten angegeben) bezeichnet sind, denen dann mit den einführenden Worten *et apres les susdites Memoires* der VI. Theil folgt. Natürlich ist nicht gemeint, die Theile II bis V seien von Moritz von Nassau verfasst. Dem widerspricht schon die Thatsache, dass in ihnen die mechanischen Schriften inbegriffen sind, welche Stevin 1586 unter eigenem Namen veröffentlichte. Die Meinung ist vielmehr die, es seien hier Arbeiten vereinigt, welche für jenen Fürsten bestimmt waren und auf deren Niederschrift er einen gewissen Einfluss ausübte, welcher da und dort durch die Bemerkung, solches rühre vom Prinzen her, hervorgehoben ist. Wie weit diese Bemerkungen selbst auf der Wahrheitsliebe Stevin's, wie weit sie auf seiner höfischen Gewandtheit beruhen, das zu ermitteln ist unmöglich. Der I. Theil enthält Arithmetisches und Algebraisches, der II. Theil mathematische Kosmographie, der III. Theil die oben erwähnten sechs Bücher praktischer Geometrie, der IV. Theil Mechanisches, der V. Theil Optisches, der VI. Theil auf das Kriegswesen bezügliche Schriften.

Dem III. Theile, zu welchem wir uns näher wenden, ein ganz allgemeines Lob zu spenden, ist nicht viel Veranlassung. `Die praktische Geometrie` Stevin's ist unzweifelhaft ein durch seine Anlage eigenthümliches Werk, aber darum noch kein weit hervorragendes; Die Eigentümlichkeit besteht darin, dass Stevin bestrebt ist, der Geometrie eine arithmetische Anordnung zu ge-

[5] Kästner III, 407.
[6] Ebenda III, 410–411
[7] Quetelet pag. 167, Note 1.

ben. In der Arithmetik lernt man zuerst die Zahl aussprechen, dann führt man mit der Zahl die vier einfachen Rechnungsverfahren des Addirens, Subtrahirens, Multiplicirens, Dividirens aus, dann kommen die Proportionsrechnungen. Dem entsprechend lehrt die Geometrie zuerst die einzelnen Raumgebilde kennen, welche später den Rechnungsverfahren unterworfen, zuletzt in Verhältniss zu einander gebracht werden. In das Bereich des Kennenlernens einzelner Raumgebilde zieht aber Stevin Aufgaben, welche man nicht leicht dort suchen wird. Wir nennen deren zwei auf die Ellipse bezügliche, deren Auflösungen Stevin selbst anzugehören scheinen: die punktweise Zeichnung einer Ellipse, deren beide Axen gegeben sind, und die Auffindung der kleinen Axe, wenn die grosse Axe und ein Ellipsenbogen gegeben sind[8] (Figur (575)
114). Die halbe kleine Axe wird als Verlängerung der grossen Axe gezeichnet, ausserdem eine ihr gleiche Senkrechte in dem Punkte errichtet, wo beide Axen aneinanderstossen und aus dem gleichen Punkte als Mittelpunkt mit der halben kleinen Axe als Halbmesser ein Kreisquadrant beschrieben. Den wagrechten Halbmesser des Kreisquadranten und ebenso die halbe grosse Axe theilt man, jede dieser Strecken für sich, in eine gleiche Anzahl, etwa vier gleiche Theile und nennt diejenigen Theilpunkte einander entsprechend, Welche von dem mehrgenannten Aneinanderstossungspunkte der grossen und halben kleinen Axe nach rechts und links gezählt die gleichvielten sind. In allen Theilpunkten werden Senkrechte errichtet, auf den Theilpunkten der halben kleinen Axe bis zum Durchschnitte mit dem beschriebenen Kreisquadranten. Die Senkrechten in den Theilpunkten der halben grossen Axen macht man den nunmehr schon abgegrenzten Längen der Senkrechten in den entsprechenden Theilpunkten gleich, so sind dadurch Punkte der Ellipse gegeben. Für die zweite Aufgabe beruft sich Stevin auf einen Satz, welchen Guido Ubaldus, also offenbar Guidobaldo del Monte, bewiesen habe, und der dahin zielt, dass wenn von einem Punkte G der

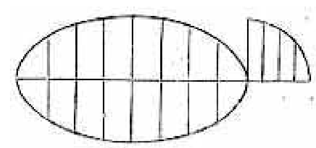
Fig. 114.

kleinen Axe (Figur 115) nach einem Punkte I der Ellipse die GI der halben grossen Axe gleich gezeichnet wird, das Stück HI dieser Geraden der halben kleinen Axe gleich sein muss und umgekehrt[9]. Kennt man also die grosse Axe, so zieht man in deren Mitte senkrecht die Richtung der kleinen Axe, schlägt von einem Punkte I des gegebenen Ellipsenbogens mit der halben grossen Axe einen Kreisbogen, der die Richtung

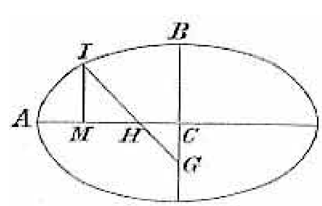

Fig. 115.

[8] Stevin II, 348–349. Unter I, beziehungsweise II, verstehen wir die beiden Paginirungen, von welchen im Texte die Rede war.

[9] 2) Die Wahrheit es Satzes beweist sich leicht wie folgt: $IH : HM = GH : HC$, also $IH(CMMH) = GH \cdot MH$, $IH \cdot CM = IG \cdot MH$, $IG^2 = (\frac{IH \cdot CM}{MH})^2 = \frac{b^2x^2}{b^2y^2} = a^2$.

der kleinen Axe in G schneidet und misst auf IG das Stück IH bis zum Durchschnitte mit der grossen Axe, so ist dadurch die halbe kleine Axe bestimmt. Bei der Definition der Körper sind Körpernetze gezeichnet[10], wie Dürer sie auch hergestellt hat (S. 466). Für das Paralleltrapez ist der Name *hace* (Axt) statt (576)
des gebräuchlicheren *mensa* (Tisch) in Vorschlag gebracht[11]. Beim Addiren von Linien, welches ebenso wie das von Flächen und auch das von Körpern gelehrt wird, ist eines der vorgeführten Beispiele die Addition zweier Kreisperipherien[12], welche durch die Peripherie eines neuen Kreises dargestellt werde, dessen Halbmesser die Summe der Halbmesser der beiden gegebenen Kreise sei. Unter dem Begriffe des Theilens von Flächen behandelt Stevin die Aufgabe die Zähne eines kleinen Rades einzuschneiden[13]. Man befestigt das künftige Rädchen in dem Mittelpunkte einer sehr viel grösseren kreisrunden Platte, deren Umfang man in die vorgeschriebene Anzahl von Theilen theilt. Dann zieht man Halbmesser nach allen Theilpunkten, wodurch die kleinere Scheibe mit getheilt wird. Fehler seien auch bei der Theilung des grossen Kreises unvermeidlich, aber verkleinert werden sie unmerklich, *la faute se trouve du tout insensible en la petite plague.* Auch Figuren mit einspringenden Winkeln werden der Theilung unterworfen[14]. Dabei ist die Bemerkung gemacht, welche als Definition solcher Figuren gelten kann, man müsse darauf achten dass eine Gerade, welche dieselbe in zwei Theile zerlege, wirklich nicht mehr als zwei Theile hervorbringe.

Ungleich wichtiger als Stevin's geometrische Leistungen sind seine Verdienste innerhalb der Mechanik, welche wir hier im Verein mit jenen behandeln. Stevin war es, der **das Gesetz des Gleichgewichtes auf der schiefen Ebene entdeckte** (Figur 116). Das Dreieck ACB stehe senkrecht auf einer Ebene, welche die Grundlinie AC unterstützt[15]. Die Seite BC sei halb so gross als die BA. Man legt eine Kette von in gleichen Entfernungen von einander aufgereihten gleichen Kugeln um das Dreieck, so dass zwei Kugeln längs BC, vier längs BA hängen, fünf nach unten einen Zug ausüben. Das ganze System ist nun offenbar im Gleichgewichte, weil sonst

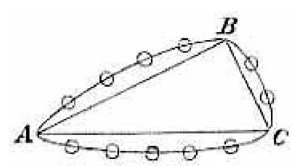

Fig. 116.

in einem Drehungssinne oder in dem entgegengesetzten eine niemals aufhörende Bewegung eintreten rnüsste, was widersinnig ist, *et ainsi ce mouvement n'aurait aucune fin, ce qui est absurde.* Die fünf unten hängenden Kugeln halten sich aber bei dem gleichmässigen Zuge den sie ausüben, gegenseitig im Gleichgewichte und können daher entfernt werden, dann bleibt noch immer Gleichgewicht zwischen den vier Kugeln auf AB und den zwei Kugeln auf BG. Die vier Kugeln

[10] Stevin II, 359.
[11] Stevin II, 373.
[12] Ebenda II, 389.
[13] Ebenda II, 403.
[14] Ebenda II, 405 und 411.
[15] Ebenda II, 448.

können dabei in eine und ebenso die zwei in eine vereinigt werden, wenn nur ihre Gewichte den Geraden AB, BC proportional bleiben. Weiter wird alsdann die BC senkrecht gedacht und durch ein Seil um eine Rolle bei B, an welchem ein Gewicht hängt, ersetzt, so wird in dieser Form das Gesetz des Gleichgewichtes der schiefen Ebene vollends klar[16]. Aber Stevin geht noch einen grossen Schritt weiter: er erkennt das Gleichgewicht zwischen drei Kräften, welche den Seiten eines Dreiecks parallel und proportional sind[17], er führt damit zugleich in die Mechanik die Uebung ein, `Kräfte nach Richtung und Grosse durch gerade Linien zu versinnlichen`, wodurch die Mechanik vollends eine geometrische Wissenschaft wird. (577)

Noch hervorragender steht Stevin in der Geschichte der `Hydrostatik` da, wo er durch das sogenannte `hydrostatische Paradoxon`[18] den ersten gewaltigen Fortschritt seit Archimed und über das von Jenem Geleistete hinaus vollbrachte. Mit jenem Namen hat man den Satz belegt, dass jede wie immer geformte Flüssigkeitssäule auf ihre Grundlage einen dem Producte der Höhe in die Basis der Säule proportionalen Druck ausübe. Stevin's Beweis ist folgender. Zuerst zeigt er, dass ein fester Körper, welcher einer Flüssigkeit *parigrave* ist — gleiche Dichtigkeit mit ihr hat — an jedem Orte der Flüssigkeit, wo er nur eingetaucht wird, in Ruhe verbleibt. Ein gerader Flüssigkeitscylinder drückt ferner seine Grundlage mit dem ganzen Gewichte, welches dem Producte aus Höhe in Basis proportional ist. Eine Veränderung kann an dieser Wahrheit nicht stattfinden, wenn nach dem Vorhergehenden ein parigraver Körper beliebiger Form eingetaucht wird, und ebensowenig, wenn man sich diesen Körper am Rande des Gefässes befestigt denkt, so dass er mit dem Gefässe eins wird, und nur die beliebig geformte Flüssigkeitssäule übrig bleibt. Der `Seitendruck der Flüssigkeiten` wird demnächst untersucht und dabei eine Methode angewandt, welche, wenn auch Archimed offenbar nachgebildet, doch von hervorragendster Bedeutung ist, insofern sie zum ersten Male uns wieder begegnet[19]. Die gedrückte Seitenwand wird in kleine Flächentheilchen zerlegt, und da zeigt sich, dass jedes Flächentheilchen einem Drucke ausgesetzt ist, welcher zwischen zwei Grenzen liegt, d. h. grösser ist als ein gewisser kleinster Druck, kleiner als ein anderer grösster Druck, dass ferner jene als Grenzen auftretenden Druckgrössen wie die Gewichte ein- und umschriebener Körper sich verhalten. Dann fährt Stevin aber fort: *Que si on divisait le fond $ACDE$ en plus de 4 parties egales, soit en 8; il appert que les corps inscrits et circonscrits ne
differoyent que de la moitié de la difference precedente; et est manifeste qu'on* (578)
pourroit partir le fond en tant de parties egales que la des corps inscrits et circonscrits à la demi-colomne, differeroyent moins qu'aucun corps donné, si petit puisse-il estre. Es ist nicht zu verkennen, dass hier ein Grenzübergang vorgenommen ist auf Grundlage der Zerlegung eines Flächenstückes in mehr und mehr, klei-

[16]Stevin II, 449 Corollaire IV.
[17]Ebenda II, 449 Corollaire VI.
[18]Ebenda II, 488 Corollaire II.
[19]Ebenda II, 488 sqq. Théorme IX.

nere und kleinere Flächentheilchen, und bei der grossen Wichtigkeit der späteren Entwickelung grade dieser Betrachtungsweise erscheint es wünschenswerth hervorzuheben, dass diese Untersuchungen Stevin's zuerst 1608 in der lateinischen Ausgabe der *Hypomnemata mathematica* in deren dritten Bande gedruckt wurden.

Die Schwimmfähigkeit beladener Schiffe untersuchend kam. Stevin zu den Sätzen[20], dass der Schwerpunkt des Schiffes tiefer als der Schwerpunkt des verdrängten Wassers sich befinden müsse, und dass ein Umschlagen des Schiffes um so leichter zu befürchten stehe, je höher sein Schwerpunkt liege. Wenn auch nicht deutlich ausgesprochen, lag darin die Unterscheidung des labilen von dem stabilen Gleichgewichte wenigstens angedeutet.

Bei seinen Zeitgenossen war Stevin viel bewundert wegen der der Erfindung eines mit Segeln versehenen Wagens, der um das Jahr 1600 auf dem Strande zwischen Scheweningen und Petten seine Probefahrt machte. Der Wagen, dessen kleineres Modell man 1802 in Scheweningen noch aufbewahrte, war mit 28 Personen besetzt. Prinz Moritz selbst lenkte, und die alleinige Kraft des Windes trieb das Fuhrwerk 14 Wegstunden weit mit solcher Geschwindigkeit, dass kein Pferd mitkommen konnte[21]. Soviel zunächst über Stevin.

Den geometrischen und mechanischen Betrachtungen gleichmässig verwandt ist die `Herstellung gewisser Vorrichtungen`, welche in das Ende des XVI. Jahrhunderts fällt.

Commandinus soll einen doppelten Zirkel mit beweglichem Scharnier und veränderlichen Zirkelstangen erfunden haben[22], welcher dazu diente, eine gegebene Strecke in eine Anzahl von gleichen Theilen zu theilen.

Barozzi hat einen `Kegelschnittzirkel` eigener Erfindung beschrieben[23]. Ob freilich die Erfindung eine ganz selbständige war, oder ob Barozzi auf irgend eine Weise Kenntniss von arabischen Vorarbeiten (Bd. I, S. 707) erhalten hatte, müssen wir dahingestellt sein lassen. Jedenfalls ist Barozzi's Vorrichtung denen der Araber sehr ähnlich. Die Beschreibung findet sich in dem Buche über (579)
Asymptoten und kennzeichnet die Vorrichtung als eine solche, welche den Kegelschnitt als Durchschnitt einer Ebene mit einem Kreiskegel entstehen lässt. Die eine Zirkelstange enthält nämlich ein Röhrchen, in welchem ein Stift derartig verschiebbar ist, dass er, während das Röhrchen einen Kegelmantel beschreibt, fortwährend mit der Zeichnungsebene in Berührung bleibt und auf ihr, je nach der Stellung des Zirkels, diesen oder jenen Kegelschnitt hervorbringt. Nach seinem Instrumente hat dann Barozzi noch ein zweites beschrieben, welches ungefähr auf dem gleichen Grundgedanken beruht, und welches von einem anderen Italiener

[20] Stevin II, 512–513.

[21] Quetelet pag. 155–156.

[22] Libri III, 121.

[23] Kästner II, 98. — A. von Braunmühl, Notiz über die ersten Kegelschnittzirkel. Zeitschr. Math. Phys. XXXV, Histor.-literar. Abthlg. S. 161.

GIULIO THIENE[24] erfunden worden ist.

Ein Professor HOMMEL (1518 – 1562) in Leipzig bediente sich[25] des sogenannten **Transversalmaassstabes** (Figur 117), bei welchem durch Transversallinien, die von dem oberen Rande des Maassstabes gegen den unteren geneigt gezeichnet sind, die Möglichkeit gegeben ist, auch solche Längen abzumessen, welche in Gestalt von Bruchtheilen der kleinsten in Anwendung kommenden Maasseinheit sich ausdrücken. Dass er in Levi ben Gerson (S. 289) einen Vorgänger hatte, war ihm vermuthlich unbekannt.

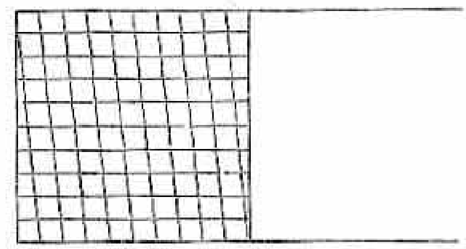

Fig. 117.

Eine ähnliche Aufgabe hatte, wie wir uns erinnern, NONIUS sich gestellt (S. 389), eine ähnliche löste CLAVIUS[26]. Allerdings fällt die Veröffentlichung der von Clavius ersonnenen Vorrichtung schon in den Anfang des XVII. Jahrhunderts, aber unsere Leser sind daran gewöhnt, dass wir die Zeitgrenzen nicht genau einhalten können. Clavius verlangt, man solle einen Maassstab in 100 oder, wenn seine Länge es gestattet, in 1000 gleiche Theile theilen. Auf einem be- sonderen Stäbchen werde die Länge von 11 Theilen aufgetragen und selbst in 10 gleiche Theile getheilt. Jedes Theilchen des Hilfsmaassstabes beträgt also 11 Tausendstel des ursprünglich l00theiligen, beziehungsweise 11 Zehntausendstel des ursprünglich l000theiligen Maassstabes, und durch Verschiebung längs dem ursprünglichen Maassstabe kann eine Messung auf 1/10 der dortigen kleinsten Längeneinheit genau vorgenommen werden. Das Neue und Wichtige (580)
bei dieser Einrichtung ist die **Auftragung der Hilfstheilung auf ein frei bewegliches Stäbchen**, welche von da an, wenn auch nicht sofort, Regel und stete Uebung geworden ist. Clavius veröffentlichte seine Erfindung 1606 in seiner *Geometria practica*, und in einer zweiten Schrift, *Astrolabium*, hat er sie auch auf Winkelablesungen ausgedehnt Ein in einzelne Grade abgetheilter Kreisquadrant dient zur Ablesung von einzelnen Winkelminuten, sofern ein Hilfsbogen von 61^o in 60 gleiche Theile getheilt zum Anlegen vorbereitet ist. Die Geometrica practica verdient vollauf das Lob, welches in den Worten ausgesprochen ist[27], sie sei ,,das Muster eines Lehrbegriffes der praktischen Geometrie, vollkommen für ihre Zeit". Das Werk ist in acht Bücher getheilt. Das 1. Buch enthält die Beschreibung von zu Längen- und Winkelmessungen nöthigen Vorrichtungen und die trigonometrische Berechnung von Dreiecken. Die eigentliche Feldmessung ist im 2 und 3. Buche gelehrt. Das 4. Buch bringt Inhaltsformeln für ebene Figuren, das 5. Buch solche

[24]Ueber ihn vergl. LAMPERTICO, *Di Giulio Thiene uome d'arme e di scienza del Secolo XVI* in den Atti des R. Institute Veneto für l891.

[25]KÄSTNER II, 355.

[26]BREUSING, Nonius oder Vernier? in den Astronomischen Nachrichten von 1880 Nr. 2289 (Band XCVI, S. 129–134).

[27]KÄSTNER III, 287.

für Raumkörper, wobei die archimedische Verhältniszahl 22/7 als genügend benutzt wird. Das 6. Buch löst allerlei Theilungsaufgaben, sowie solche, welche auf Vergrösserung von Raumgebilden in gegebenem Verhältnisse sich beziehen. Die Würfelverdoppelung bildet einen besonderen Fall der letzteren Aufgabe, und Clavius bedient sich bei ihr der von griechischen Schriftstellern zu gleichem Zwecke benutzten krummen Linien. Im Anschlusse an die Würfelverdoppelung erscheint die Lehre von den Wurzelausziehungen um die vorher geometrisch gelösten Aufgaben auch rechnerisch bewältigen zu können. Das 7. Buch bezeichnet sich als das von den isoperimetrischen Figuren und Körpern nebst einem Anhange von der Quadratrix. In dem ziemlich umfangreichen 8. Buche sind sehr verschiedene geometrische Aufgaben vereinigt. Dort sind z. B. auch einige von den Näherungsconstructionen besprochen, welche Dürer gelehrt hat (S. 462), und welche unter Handwerkern weit verbreitet waren. Trigonometrische Rechnung führt im 29. Satze dieses Buches zur Auffindung der Winkel in dem mit fester Zirkelöffnung hergestellten gleichseitigen Fünfecke, und damit zum Nachweise, dass von genauer Gleichwinkligkeit hier nicht die Rede sein könne. Im 30. Satze wird die Auffindung der Siebenecksseite als halbe Dreiecksseite gelehrt, aber in einer anderen Ausdrucksweise und unter Berufung auf Carolus Marianus Cremonensis, eine Persönlichkeit, die damals bekannter gewesen sein muss, als sie gegenwärtig ist. Seine Vorschrift verlangt[28], dass man (Fig. 118) den Halbmesser (581)
DA des Kreises, in welchen das regelmässige Siebeneck eingezeichnet werden soll, um $AE = \frac{1}{4}DA$ verlängere. Dann soll man um E mit $EB = DA$ als Halbmesser einen neuen Kreis beschreiben, welcher den ersten in B schneide, so sei AB die Siebenecksseite. Die Rechnung liefert $DE = \frac{5r}{4}$, wenn $BE = BD = r$. Ist $BG \perp DE$, so folgt weiter $DG = GE = \frac{5r}{8}$ und $BG^2 = BE^2 GE^2 = r^2 - \frac{25r^2}{64} = \frac{39r^2}{64} + (r - \frac{5r}{8})^2 = \frac{3r^2}{4}$ also $AB = \frac{r}{2}\sqrt{3}$, und das ist die Hälfte der Seite des regelmässigen Sehnendreiecks. Den Schluss des ganzen Werkes bildet eine Tafel der Quadrate und Würfel aller ganzen Zahlen von l bis 1000 und eine Anweisung, wie man bei Ausziehung von Quadrat- und Kubikwurzeln diese Tafel mit Vortheil anwenden könne. So weit die Tafel Kubikzahlen enthielt, war sie die von grösster Ausdehnung, welche noch veröffentlicht worden war und blieb es auch für lange Zeit. Die Tafel der Quadratzahlen aber war schon vor ihrem Erscheinen durch die *Tabula tetragonica* von 1592 des italienischen Astronomen Magini (1555–1615) weit überboten[29]. Auf 24 Blättern enthält diese die Qua-

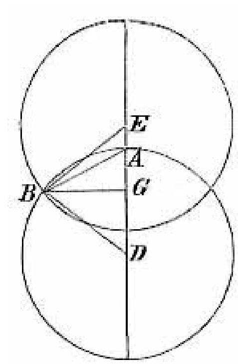

Fig. 118.

[28]Auf das Verfahren des Cremonesers hat S. Günther, Zeitschr. Math. Phys. XX, Hist.-literar. Abthlg. S. 116 aufmerksam gemacht, dann H. A. J. Pressland, *On the history and degree of certain geometrical approximations* in den Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society Vol.X.

[29]J. W. L. Glaisher, *Report of the Committee of mathematical tables.* London 1873 S, pag. 26.

drate der Zahlen von l bis 100100.

Hätten wir streng die Zeitfolge eingehalten, so wäre vor Clavius ein anderer ganz tüchtiger Geometer zu nennen gewesen. S i m o n Jacob[30] ist in Coburg geboren und 1564 in Frankfurt am Main gestorben. Er verfasste ein Rechenbuch nebst Geometrie als zweite Bearbeitung eines bloss der Rechenkunst gewidmeten Werkes und schrieb 1552 die Vorrede dazu. Der Druck begann 1557, wurde aber unterbrochen. Als der Verfasser dann 1564 starb, besorgte sein Bruder Pancraz Jacob 1565 die neue Ausgabe, welche selbst wiederholt gedruckt wurde. In dem dritten, geometrischen Theile ist im 59. Satze angegeben, die Seiten 25, 33, 60, (582)
16 in der genannten Reihenfolge aneinander gefügt bildeten ein Sehnenviereck im Kreise vom Durchmesser 65, die beiden Diagonalen seien 52 und 39. Wie Jacob zu diesen Zahlen gekommen ist, hat er mit keinem Wort angedeutet. Erwähnenswerth mag aber auch erscheinen dass das Wort *corauscus*, eine andere Form für *coraustus*, erklärt wird als ,,eine Linie, so mit dem Basi Parallel oder gleichweitig ist”

Wenzel Jamitzer[31] (1508–1586), dessen Name auch in den Schreibweisen Jamnitzer und Gamiczer vorkommt, ein geschickter Goldschmied zur Nürnberg, hat 1568 Abbildungen zahlreicher geometrischer Körper der Oeffentlichkeit übergeben. Hat die Sammlung gleich mehr künstlerisches als geometrisches Interesse, so darf doch vielleicht bemerkt werden, dass in ihr auch Zeichnungen von `Sternpolyedern` vorkommen, den ersten, welche nachgewiesen worden sind

Eine ganz andere Persönlichkeit als diejenigen, welchen wir die letzten Seiten gewidmet haben, war Franciscus Vieta[32], der grösste französische Mathematiker des ganzen XVI. Jahrhunderts. François Vite Seigneur de la Bigotire ist 1540 in Fontenay-le-Comte in Poitou geboren, 1603 in Paris gestorben. Er gehörte einer katholischen Familie an und starb als Katholik. Da er unzweifelhaft eine Reihe von Jahren hindurch zu den Hugenotten gehört hat, so muss eine zweimalige Glaubensänderung bei ihm angenommen werden. Vieta widmete sich der Rechtsgelehrsamkeit und begann nach in Poitiers vollendetem Studium seine Laufbahn als Rechtsanwalt in seiner Vaterstadt, eine Stellung, welche er jedoch 1567 freiwillig wieder aufgab. Als er später Parlamentsrath in Rennes geworden war, vertrieben ihn die aus Religionszwistigkeiten entstandenen Unruhen, und Herzog von Rohan, der bekannte Führer der Hugenotten, nahm Vieta unter seinen persönlichen Schutz. Auf seine Empfehlung hin wurde Vieta 1589 Maître des requetês, Berichterstatter über Bittschriften. Nachdem Heinrich von Navarra als König Heinrich IV. den Thron bestiegen hatte, wurde Vieta 1589 Parlamentsrath

[30]Allgem. deutsche Biographie XIII, 559.

[31]Doppelmayr S. 160 und 205. — Kästner II, 19–24. — Günther, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, S. 35–36. — Allgemeine Deutsche Biographie XIII, 691–692. Artikel von R. Bergau.

[32]Kästner III, 37–38 und 162–175. — *Nouvelle Biographie universelle* (Paris 1866) XLVI, 135–137. Die 1646 veranstaltete Ausgabe von Vieta's Werken citiren wir als Vieta mit nachfolgender Seitenzahl.

in Tours, später Mitglied des königlichen geheimen Raths. Vieta's Tod wird von dem Herausgeber seines Nachlasses als ein plötzlicher bezeichnet, *praecipiti et immaturo autoris fato*[33], Näheres ist aber nicht —- (583) bekannt. Von Vieta's amtlicher Thätigkeit wird nur eine verdienstliche Leistung berichtet: in Tours sei es ihm gelungen, den Schlüssel zu einer aus mehr als 500 Zeichen bestehenden Geheimschrift zu ermitteln, deren die mit Frankreich auf feindlichem Fusse stehende II spanische Regierung sich bediente, wodurch alle aufgefangenen Depeschen plötzlich leicht verständlich wurden. Schriftsteller war Vieta nur auf mathematischem Gebiete und zwar in äusserst fruchtbarer Weise. Er liess seit 1571, besonders aber seit 1591, zahlreiche Abhandlungen und Bücher auf eigene Kosten drucken und verschickte sie an Fachgenossen aller Länder. Dabei kamen ihm seine günstigen Vermögensverhältnisse zu statten. In dieser Beziehung wird erzählt, es hätten sich 20000 Thaler in klingender Münze neben seinem Sterbebette vorgefunden. Für den guten Gebrauch, welchen er von seinen Geldmitteln zu machen wusste, und nicht minder für die Milde seines Charakters zeugt die Thatsache, dass er zwischen 1600 und 1601 einen wissenschaftlichen Gegner, Adriaen van Roomen, einen Monat lang als Gast bei sich beherbergte und ihm alsdann die Rückreise bezahlte[34]. Vieta's Schriften wurden gemäss der erwähnten Art ihrer Verbreitung rasch bekannt, gingen aber auch rasch verloren, und so war bereits 1646 Franciscus van Schooten, der eine Gesammtausgabe der Vieta'schen Abhandlungen veranstaltete, nicht mehr im Stande, sie sämmtlich beizubringen. Wir werden sehen, dass muthmasslich wenigstens einige wesentliche Verluste zu beklagen sind. Dazu gehört bereits der *Canon mathematicus* von 1579. Es war ein Tabellenwerk[35], welches die Sinus, Tangenten und Secanten aufeinanderfolgender Winkel, noch verschiedene andere Tafeln und eine ebene und sphärische Trigonometrie enthielt. Zahllose Druckfehler entstellten das Werk, und deshalb zog Vieta alle Exemplare, deren er habhaft werden konnte, zurück und vernichtete sie. In Folge dessen gehört Vieta's Canon von 1579 zu den grössten Seltenheiten[36], und noch weniger bekannt ist ein Abdruck, welcher 1609, also nach Vieta s Tode, veranstaltet wurde[37]. In dem Canon findet sich eine entschiedene Absage an die Sexagesimalbrüche zu Gunsten der Decimalbrüche. Letztere sind meistens durch kleinere Typen von den ganzen Zahlen unterschieden, zuletzt ausser durch kleinere Typen noch durch einen sie von den ganzen Zahlen trennenden senkrechten (584)
Strich, den Vorgänger des später eingeführten Pünktchens[38]. Die Gesammtaus-

[33] Vieta pag. 83.

[34] So berichtet der französische Geschichtsschreiber De Thou im 129. Buche seiner Geschichte, aus welchem ein Auszug der Gesammtausgabe von Vieta's Werken vorgedruckt ist.

[35] Montucla I, 610–611.

[36] Ein Exemplar findet in der Landesbibliothek zu Kassel. Vergl. Hunrath in Zeitschr. Math. Phys. XXXVIII, Histor.-literar. Abthl. S. 25.

[37] Ein Exemplar findet sich in der königlichen Bibliothek zu Stockholm. Vergl. G. Eneström in der Biblioth. mathem. 1892 S. 92.

[38] Hunrath l. c. S. 26.

gabe von 1646 enthält die in ihr gesammelten Schriften nicht in der Zeitfolge ihres Erscheinens geordnet, auch nicht innerhalb der sachlich zusammengehörenden Abhandlungen ist diese Zeitfolge genau eingehalten, und ebensowenig unterstützen Datirungen die Uebersicht; man ist vielmehr genöthigt, aus anderen bibliographischen Schriften die Angaben zu entnehmen, wann die einzelne Stücke erstmalig gedruckt worden sind[39].

Zunächst haben wir es mit Vieta als Geometer zu thun und haben desshalb mit zwei Abhandlungen zu beginnen, welche 1593 zuerst im Drucke erschienen: *Effectionum geometricarum canonica recensio*[40] und *Supplementum Geometriae*[41]. Die erstere Schrift ist das, was man heute `algebraische Geometrie` zu nennen pflegt d. h. eine Zusammenstellung derjenigen mit Zirkel und Lineal ausführbaren Constructionen, welche dazu dienen, gewisse Rechnungsoperationen, z. B. Auffindung des geometrischen Mittels zwischen zwei gegebenen Werthen, Auffindung des vierten Gliedes einer Proportion, von welcher drei Glieder bekannt sind u. s. w., durch Zeichnung auszuführen. Das war freilich keineswegs neu. Fast jede der in den *Effectiones geometricae* beschriebenen Constructionen ist bereits in den Euklidischen Elementen gelehrt oder stützt sich unmittelbar auf dort Gelehrtes, und wenn auf ganz neuerdings Veröffentlichtes Rücksicht genommen werden will, so hat Benedetti in seinen *Speculationes diversae* von 1585 (S. 567) Aehnliches behandelt. Aber neu war die Zusammenstellung dieser Aufgaben, ihre Vereinigung in der bestimmten Absicht, rechnerisch erhaltene Ausdrücke geometrisch zu ermitteln, und darin lag ein bemerkenswerther Fortschritt. Zirkel und Lineal genügen aber entfernt nicht, alle Aufgaben zu lösen. Sie reichen schon bei solchen nicht aus, die wir kubische Aufgaben nennen, weil sie in Gleichungsgestalt vorgelegt zum dritten Grade sich erheben. Dazu kann man sich dann verschiedener Curven bedienen, z. B. der nikomedischen Conchoide, welche die Aufgabe löst, von einem gegebenen Punkte aus eine Gerade so zu ziehen, dass deren zwischen zwei gegebenen Linien liegendes Stück eine gegebene Länge besitze; auch Archimed zählte die Ausführung dieses Verlangens zu den erfüllbaren Forderungen[42]. Mit Constructionen solcher Art hat es das *Supplementum Geometriae* zu thun. (585)
Im 9. Satze desselben ist z. B. die Dreitheilung eines Winkels in der Weise vollzogen, dass man (Figur 119) den zu theilenden Winkel DBE als Centriwinkel eines Kreises zeichnet, den einen Schenkel DB bis zum zweiten Durchschnitte C mit dem Kreise und darüber hinaus verlängert und alsdann vom Endpunkte E des anderen Schenkels nach dem verlängerten ersten Schenkel DB eine Gerade EF zieht, deren jenseits des Kreises gelegenes Stück GF dem Kreishalbmesser BE gleich sei. Der Winkel bei F ist alsdann ein Drittel des zu theilenden Winkels.

[39]Wesentliche Dienste leistet z. B. J. G. Th. Graesse, *Trésor de livres rares et précieux ou Nouveau Dictionnaire Bibliographique.*

[40]Vieta pag. 229–239.

[41]Ebenda pag. 240–257.

[42]Ebenda pag. 240: *Et opus ille videtur absolvisse Nicomedes sua conchoide .... Postulatum autem omnino admisit Archimedes.*

Vieta's Construction ist nicht die des Nikomedes (Bd. I, S. 337), sondern diejenige des Archimed (Bd. I, S. 284). Nun ist aber nicht überflüssig in Erinnerung zu bringen, dass die archimedische Construction in den sogenannten Wahlsätzen erhalten ist, die nikomedische bei Pappus. Die Sammlungen des Pappus waren seit 1588 durch Commandinus herausgegeben, und Vieta hat sie, wie aus vielfachen Uebereinstimrnungen ausser Zweifel

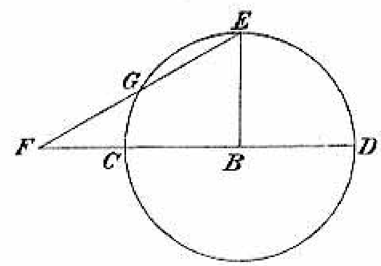

Fig. 119.

ist, eingehend studirt. Die Wahlsätze Archimed's dagegen wurden aus dem Arabischen erstmalig 1659 durch Foster bekannt[43]. Daraus geht hervor, dass die Dreitheilung des Winkels, welche Vieta lehrte, kein Anlehen bei einem alten Schriftsteller, sondern selbständige Nacherfindung war. Die ganze Bedeutung des Supplementum Geometriae enthüllt aber der 16. und besonders der 25. und letzte Satz, der allgemeine Folgesatz[44], *consectarium generale*, Vieta's, dass jede kubische oder biquadratische Aufgabe, wenn sonst nicht lösbar, ihre Lösung dadurch finde, dass man sie entweder auf eine Einschiebung zweier mittleren Proportionalen oder auf eine Winkeldreitheilung zurückführe. Für die biquadratischen Aufgaben gelte diese Behauptung, weil biquadratische Gleichungen, wie in der Abhandlung *De aequationum recognitione* gezeigt sei, immer auf kubische sich zurückführen lassen. Zweierlei können wir diesem Ausspruche nebenher entnehmen. Erstens geht aus ihm hervor, dass die *Recognitio aequationum*, wenn sie auch erstmalig 1615 durch Anderson dem Drucke übergeben wurde, doch 1593 bereits der Hauptsache nach fertig gestellt war. Zweitens kann man den Ausdruck *omnia Problemata alioqui non solubilia*, nachdem die Auflösung kubischer Gleichungen
durch ein algebraisch allgemeines Verfahren einmal bekannt war, billigerweise (586)
nicht anders verstehen, als dass Vieta sich vollständig klar darüber war, dass die geometrische Auflösung den grossen Vorzug vor der algebraischen besass, dass für sie die Schwierigkeit von unter dem Kubikwurzelzeichen auftretenden imaginären Quadratwurzeln nicht vorhanden war.

Wieder im Jahre 1593 erschien *Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII*[45], ein einzelnes Buch aus einer Sammlung, welche leider nicht vollständiger bekannt geworden ist. In dem allein veröffentlichten achten Buche ist auch der Streit über den Contingenzwinkel Gegenstand der Betrachtung[46]. Vieta stellt sich ganz und voll auf den Standpunkt Peletier's, der Contingenzwinkel sei kein Winkel, aber die Beweisführung ist neu. Der Kreis, sagt Vieta, wird als eine ebene Figur von. unendlich vielen Seiten und Winkeln betrachtet; eine gerade

[43] Archimedes (ed. Heiberg) II, 428.
[44] Vieta pag. 257.
[45] Vieta pag. 347–435.
[46] Ebenda pag. 386.

Linie aber, welche eine Gerade berührt, *recta rectam contingens*, wird, von wie unbedeutender Länge sie sein mag, mit jener Geraden zusammenfallen, *coincidit in eandem lineam rectam*, und bildet keinen Winkel, *nec angulum facit.* Nirgend war noch so deutlich ausgesprochen worden, was eigentlich unter Berührung zu verstehen sei. Des Wortes Contingenzwinkel oder eines ähnlich klingenden bedient sich übrigens Vieta nicht. Er übersetzt das griechische $\chi\varepsilon\varrho\alpha\tau o\varepsilon\iota\delta\mu\varsigma$ (Bd. I, S. 250) mit *cornicularis.* Das ist überhaupt eine Eigentümlichkeit Vieta's, durch welche seine Schriften meistens so schwer zu lesen sind, dass er es liebte, mit Neubildungen um sich zu werfen, in deren Auswahl er meistens so wenig glücklich griff, dass seine Ausdrücke kaum je Bürgerrecht erlangten. Vieta besass durchweg die Neigung, seine Entdeckungen in thunlich dunkelste Sprache zu kleiden, vielleicht mit der Absicht, in deren Alleinbesitz zu bleiben, während andererseits durch den Druck sein Erstlingsrecht gewahrt war.

Dem Jahre 1596 entstammt der *Pseudomesolabum et alia quaedam adiuncta capitula*[47]. Es war eine Streitschrift gegen einen in ihr nicht mit Namen genannten Verfasser, den aber jeder zeitgenössische Leser sofort als Josef Scaliger erkennen musste. Dessen Werk von 1594, die in Leyden gedruckten *Cyclometrica elementa*, nebst den vielen Widerlegungen, welche es hervorrief, werden noch in diesem Kapitel zur Rede kommen. Vieta's Pseudomesolabum erörtert die Möglichkeit einer Würfelverdoppelung, sofern andere Aufgaben als bereits gelöst vorausgesetzt werden, aber freilich sind das selbst Aufgaben, deren Bewältigung (587)
andere Mittel als die ausschliessliche Benutzung von Zirkel und Lineal erfordert.

Die Zusätze, *adiuncta capitula*, betreffen zunächst die Aufgabe, aus vier Strecken, von denen je drei eine grössere Summe als die vierte haben ein Sehnenviereck herzustellen. Die schon von Regiomontanus ins Auge gefasste Aufgabe hatte jetzt zeitgemässes Interesse. Benedetti und Jacob waren Vieta vorausgegangen, ein anderer deutscher Geometer, den wir gleich nennen werden, folgte, auch Scaliger, und das gab offenbar Vieta Veranlassung zum Nachdenken über die Aufgabe, hatte eine Behandlung derselben vorgeschlagen, die wie gewöhnlich falsch war. Seien a, b, c, d die vier zur Bildung eines Sehnenvierecks geeigneten und gegebenen Strecken. Nun seien $\sqrt{a^2+b^2}$ und $\sqrt{c^2+d^2}$ die Hypotenusen, welche a, b beziehungsweise c, d zu einem rechtwinkligen Dreieck ergänzen; ihr arithmetisches Mittel $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}+\frac{1}{2}\sqrt{b^2+d^2}$ werde der Durchmesser des Umkreises des verlangten Sehnenvierecks sein. Die Widerlegung Scaliger's war für Vieta leicht. In denselben Umkreis, sagte er, müsse das Sehnenviereck wie in der Reihenfolge a, b, c, d der Seiten, so auch in deren Reihenfolge a, c, b, d sich einzeichnen lassen, aus welcher für den Durchmesser des Umkreises nach Scaliger's Vorschrift

$$\frac{1}{2}\sqrt{a^2+c^2}+\frac{1}{2}\sqrt{b^2+d^2}$$

[47]Ebenda pag. 258–285. Für die Datirung vergl. Chasles, *Aperçu hist.* pag. 443 Note 3 (deutsch S. 497 Note 126).

sich ergebe; es würde also

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}=\sqrt{a^2+c^2}+\sqrt{b^2+d^2}$$

sein müssen, und das ist nicht wahr. Bei $a=15$, $b=20$, $c=7$, $d=24$ ist

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}=\sqrt{255+400}+\sqrt{49+576}=25+25=50$$

und

$$\sqrt{a^2+c^2}+\sqrt{b^2+d^2}=\sqrt{225+49}+\sqrt{400+576}<17+32<50$$

Vieta bleibt bei dieser Widerlegung nicht stehen, sondern zeigt nun seinerseits, wie unter Anwendung von Zirkel und Lineal die Aufgabe der Lösung fähig sei[48], wobei er vorzugsweise den Fall von vier unter einander ungleichen Strecken als den einzigen, der wirkliche Schwierigkeiten macht, behandelt (Figur 120, folg. S.). Weil im Sehnenvierecke gegenüberliegende Winkel sich zu zwei Rechten ergänzen,
muss $\angle ABE = 180^o ADV = CDE$ sein; ferner ist $\angle AEB = CED$, also $\triangle ABE \sim$ (588)
CDE, also $EA : EB : AB = EC : ED : CD$. Mit Hilfe dieser Proportion kann man jede Seite des Dreiecks CDE berechnen, also auch die Höhe CK und den Abschnitt EK. Ferner ist

$$\triangle ECK \sim EDL,$$

wenn DL senkrecht zu BC gezogen ist. Die Aehnlichkeit dieser Dreiecke gestattet DL und CL unmittelbar zu finden, mittelbar auch BL. Dann liefern DL und BL die Diagonale DB, und diese gestattet mit den vier gegebenen Strecken, das Viereck $ABCD$ wirklich zu zeichnen. Dessen Umkreis ist zugleich Umkreis des in allen seinen Seiten gegebenen Dreiecks ABD, und den Durchmesser des Umkrei-

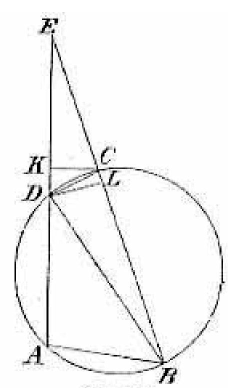

Fig. 120.

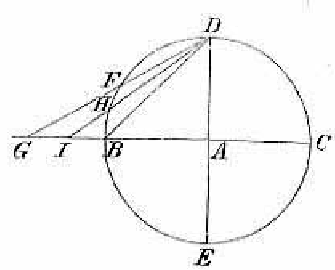

Fig. 121.

ses eines Dreiecks aus dessen Seiten zu finden, ist bekannt. Ein zweiter Zusatz zu dem Pseudomesolabum[49] lehrt die näherungsweise Auffindung der Seiten der

[48] Vieta pag. 278.
[49] Vieta pag. 283–285.

regelmässigen Fünfecke, Siebenecke, Neunecke, die einem gegebenen Kreise einbeschrieben sind (Figur 121). In dem gegebenen Kreise ist DB die Vierecksseite, DF die Sechsecksseite. Letztere wird zum Durchschnitte G mit dem verlängerten Durchmesser CB ausgezogen, dann wird BG in I halbirt und DI gezogen, deren Stück DU der Ungleichung $DF < DH < DB$ genügt und nahezu den fünften Theil der Kreisperipherie bespannt. In ähnlicher Weise wie 5 zwischen 6 und 4, liegt 7 zwischen 8 und 6, liegt 9 zwischen 10 und 8. Das Sehnensiebeneck wird demnach gefunden, indem man (Figur 122) von der Spitze des senkrechten Kreisdurchmessers aus die Seiten des Sehnensechsecks und des Sehnenachtecks zeichnet und bis zum Durchschnitte mit dem wagrechten Durchmesser

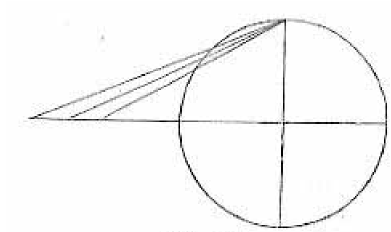

Fig. 122.

verlängert. Die durch jene Durchschnittspunkte (589)
begrenzte Strecke wird halbirt und der Halbirungspunkt wieder mit der Spitze des senkrechten Durchmessers , vereinigt, so entsteht eine Sehne über nahezu dem Siebentel der Kreisperipherie. Die Zeichnung des Neunecks mit Hilfe der Achtecks- und Zehnecksseite ergiebt sich darnach von selbst. Vieta hat das volle Bewusstsein der nur näherungsweisen Richtigkeit dieser Zeichnungen in dem Maasse, dass er am Schlüsse durch Rechnung nachweist, wie gross der dabei begangene Fehler ist.

Ein deutscher Geometer, sagten wir, habe nach Vieta die Aufgabe vom Sehnenvierecke behandelt. Johannes Richter (1537 bis 1616), fast ausschliesslich unter dem wissenschaftlichen Namen Prätorius[50] bekannt, war Verfertiger mathematischer Instrumente in Nürnberg, dann von 1571 ab während fünf Jahren Professor der Mathematik in Wittenberg, worauf er in gleicher Eigenschaft nach der nürnbergischen Universität Altdorf übersiedelte. Er erfand etwa im Jahre 1590 den Messtisch, welcher nach ihm auch wohl Mensula Praetoriana genannt worden ist. Dem Jahre 1598 entstammt eine eigene Schrift über das Sehnenviereck[51]: *Problema, quod jubet ex quatuor lineis rectis datis quadrilaterum fieri, quod sit in circulo, aliquot modis explicatum.* Prätorius beginnt mit einem geschichtlichen Ueberblicke. Die Aufgabe sei eine bereits alte, und die Fragen, welche man sich vorgelegt habe, seien hauptsächlich die nach dem Durchmesser des Umkreises und nach dem Flächeninhalte des Vierecks. Regiomontanus habe mit der Aufgabe sich beschäftigt, Simon Jacob habe die Diagonalen des Vierecks und den Kreisdurchmesser berechnet. Vieta's Auflösung der Aufgabe wird alsdann erörtert, und die Bemerkung ist beigefügt, es gebe noch neuere Auflösungen, welche er (Prätorius) aber nicht kenne. Endlich geht Prätorius dazu über, die Ausdrücke für die Diagonalen zu bestimmen und zu zeigen, wie alsdann, der Durchmesser des Umkreises berechnet werde. Sein Bestreben geht dahin, alle sieben auftretenden Maasszah-

[50]Allgemeine deutsche Biographie XXVI, 519–520. Artikel von Günther.
[51]Chasles, *Aperçu hist.* 444–445 (deutsch 498–499).

len rational werden zu lassen, und dieses gelingt ihm in dreifacher Möglichkeit: erstens durch die Seiten 25, 39, 52, 60; zweitens durch 33, 39, 52, 56; drittens durch 16, 25, 33, 60, welche letzteren Zahlen Jacob schon angegeben hatte. Prätorius hat auch 1599 ein in der Münchner Bibliothek aufbewahrtes Manuscript niedergeschrieben, welches Bemerkenswerthes enthält. In ihm findet sich eine angenäherte Würfelverdoppelung, auf der Gleichsetzung von $\sqrt[3]{2}$ mit sec $37^o 30'$ beruht, und bei welcher angegeben ist, der in der Zeichnung benutzte Winkel sei kaum um $2'$ (590)
unrichtig. Da $\sqrt[3]{2} = 1,2599210$, sec $37^o 30' = 1,2604724$, sec $37^o 28' = 1,2599101$, so erkennt man, wie genau Prätorius gerechnet hat[52].

Wir kehren nach dieser Einschaltung zu Vieta's geometrischen Schriften zurück, deren wichtigste, der *Apollonius Gallus*footnote Vieta pag. 325–346. Mit Wiederherstellungsversuchen der Apollonischen Berührungen haben sich beschäftigt: J. Wilh. Camerer, *Apollonii de tactionibus quae supersunt*, 1795. C. G. Haumann, *Versuch einer Wiederherstellung der Bücher des Apollonius von Pergä von den Berührungen*, 1817. W. L. Christmann, *Apollonius Suevus sive tactionum problema nunc demum restitutum*, 1821. von 1600 noch aussteht. Adriaen van Roomen hatte 1593 öffentlich allen Mathematikern eine Aufgabe gestellt, auf welche wir noch zu reden: kommen. Vieta löste dieselbe und liess seine gegen den Urheber der Aufgabe einigermassen höhnisch gefasste Auflösung drucken. Zugleich stellte er die Gegenaufgabe, die verlorene Schrift des Apollonius Pergä von den Berührungen, $\pi\varepsilon\varrho\iota\varepsilon\pi\alpha\varphi\omega\nu$ so weit wiederherzustellen, dass man einen Kreis zeichne, der drei gegebene Kreise berühre; bringe Belgien keinen Apollonius hervor, so werde ein gallischer auftreten. Van Roomen, ein geborener Belgier, gab nach nicht langer Zeit eine Auflösung mit Hilfe einer Hyperbel. Darauf erschien der schon genannte *Apollonius Gallus*. Eine Auflösung mit Hilfe de Hyperbel sei nicht verlangt worden; eine solche sei nicht eigentlich geometrisch; vielmehr müsse sie, um diesen Namen zu verdienen sich auf die Anwendung von Zirkel und Lineal beschränken, und eine derartige Auflösung gab nun Vieta in der That. Sie beruht auf der Kenntniss der beiden `Aehnlichkeitspunkte` zweier Kreise[53], welche Vieta in Lemmen zum 8. Probleme als solche Punkte auf der Centrallinie zweier Kreise, *in jungente ipsorum centra*, definirt, welche die Eigenschaft besitzen, dass jede durch sie hindurchgehende Secante der beiden Kreise ähnliche Kreisabschnitte beider hervorbringt. Wahrscheinlich gelangte Vieta durch das Studium des 7. Buches von Pappus zur Entdeckung dieser Punkte, da dort, gerade in den Lemmen zu den Berührungen des Apollonius, derselben soweit vorgearbeitet ist (Bd. I, S. 423), als wenigstens gelehrt wird, dass die Verbindungsgerade der entgegengesetzten Endpunkte paralleler Halbmesser zweier sich äusserlich berührender Kreise durch den Berührungspunkt gehe, und als auch der äussere Aehnlichkeitspunkt einer Figur entnommen werden kann. Aber habe Vieta dort auch die Anregung zur Stellung der Aufgabe, habe er dort

[52] Curtze in Zeitschr. Math. Phys. XL, Histor.- literar. Abthlg. S. 11– 12.
[53] Ebenda pag. 334–335.

einen Gedanken gefunden, der fruchtbar sich erwies, immerhin ist das bei Pappus Vorhandene durch Vieta weitaus überholt, so dass ihm mit vollem Rechte die ei- (591) gentliche Entdeckung der Aehnlichkeitspunkte zugeschrieben wird. Anhänge zum Apollonius Gallus beschäftigen sich dann weiter mit der Auflösung mittels Zirkel und Lineal von anderen Aufgaben, welche von Vieta's Vorgängern immer nur algebraisch behandelt worden waren. Dreiecke werden gezeichnet, deren Grundlinie und Höhe gegeben ist und als drittes Stück das Product der beiden anderen Seiten oder deren Quotient, deren Summe, deren Differenz, oder auch der Winkel an der Spitze des Dreiecks. Ferner wird ein rechtwinkliges Dreieck hergestellt, dessen Seiten eine stetige geometrische Proportion bilden. Bei der letzteren Aufgabe ist ganz beiläufig ausgesprochen, der Kreisdurchmesser verhalte sich zum Quadranten sehr nahezu, *proxime*, wie 100000 : 78540, d. h. Vieta setzt hier $\pi = 3,14160$. Eigentümlich genug erscheint es, dass im Apollonius Gallus Vieta die rein geometrischen Auflösungen den algebraisch-geometrischen vorzieht, er, der wie wir gesehen haben, die algebraische Geometrie als zusammenhängendes Ganzes gelehrt hat, der, wie wir noch sehen werden, der Algebra selbst zu wesentlichsten Fortschritten verhalf.

Einen geometrischen Gegenstand haben wir seither nur ganz gelegentlich und dadurch recht stiefmütterlich in Betracht zu ziehen gehabt, welcher von nun an aufmerksamere Beachtung in so hohem Grade verlangt, dass er einen selbständigen Abschnitt geometrischer Untersuchung bildet: die `Cyclometrie` oder `Ausmessung des Kreises`[54].

Zu denen, welche im XVI. Jahrhunderte glaubten, den Kreis genau in ein Quadrat verwandeln zu können, gehörten Orontius Finaeus (S. 378), Bouvelles (S. 383). In Nonius (S. 389) und Buteo (S. 563) nannten wir Widerleger ihrer Irrthümer. Auch Clavius hätten wir diesen beigesellen dürfen, welcher in seiner Geometriae practica gegen Finaeus auftrat. Ein neuer der Natur der Sache nach gleichfalls unglücklicher Verfasser von für genau gehaltenen Kreisquadraturen war Simon Duchesne. Man kennt seinen Geburtsort Dôles in Frankreich. Er muss aber frühzeitig nach Holland gekommen sein, wo sein Name sich in Van der Eycke, lateinisch a Quercu umwandelte, und wo er seine Muttersprache (592) so gründlich verlernte, dass seine französisch geschriebenen Bücher schlechten wörtlichen Uebersetzungen aus dem Holländischen gleichen[55]. Er wohnte 1584 in Delft und lebte noch 1603. Er hat 1583 eine ersten, 1586 einen zweiten Versuch zur Kreismessung gemacht. Er wusste, dass Archimed dem Verhältnisse des

[54]Hervorragende Untersuchungen über die Geschichte der Cyclometrie bei Montucla, *Histoire des recherches sur la quadrature. du cercle*. 2e dition (Paris 1831). — Vorsterman van Oijen im *Bulletino Boncompagni* I, 141 – 156 (Rom 1868). — J. W. L. Glaisher im *Messenger of Mathematics*, New Series No. 20 (1872) und 26 (1873). — Bierens de Haan im *Bullet. Boncomp.* VII, 99–140 (1874) und *Bouwstoffen voor de Geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden* (1878). — Rudio, Das Problem von der Quadratur des Zirkels (Zürich 1890).

[55]*Bouwstoffen* etc. pag. 100.

Kreisumfanges zum Durchmesser, also derjenigen Zahl, welche seit der Mitte des XVIII. Jahrhunderts etwa durch π bezeichnet wird[56], zwei Grenzen gesetzt hat, indem er $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ nachwies, und er erkannte zunächst die Richtigkeit dieser archimedischen Grenzen an. Zwischen ihnen lag auch die erste von Duchesne gegebene Verhältnisszahl $\pi = 3\frac{69}{484}$, denn in Decimalbrüche umgesetzt ist

$$3\frac{10}{71} = 3,14084507\cdots, \quad 3\frac{69}{484} = 3,14256198\cdots, \quad 3\frac{1}{7} = 3,14285714\cdots,$$

Die Duchesne'sche Zahl $3\frac{69}{484}$ besitzt überdies die Eigenschaft, ein vollständiges Quadrat $(\frac{39}{22})^2$ zu sein, und dadurch ist die Auffindung des dem Kreise flächengleichen Quadrates wesentlich erleichtert da dessen Seite $\frac{39}{44}d$ wird, unter d den Kreisdurchmesser verstehend. Die von den Aegyptern benutzte Verhältnisszahl führte zu $\frac{8}{9}d$ als Quadratseite (Bd. I, S. 57), Inder fanden sie als $\frac{7}{8}d$ (Bd. I, S. 602), Franco von Lüttich[57] benutzte $\frac{9}{10}d$. Diese drei Werthe scheinen die einzigen zu sein, welche neben dem von Duchesne π als quadratisch auftreten lassen. Wahrscheinlich 1585 erschien eine Gegenschrift von Ludolph van Ceulen, dessen hervorragende eigene Leistungen in ein späteres Jahr fallen und uns dort Gelegenheit geben werden, von ihnen zu reden. Wider diese Gegenschrift wandte sich Duchesne in einer Veröffentlichung von 1586, welcher im gleichen Jahre eine abermalige Entgegnung von Ludolph van Ceulen folgte[58]. So viel hatte die Gegenschrift gefruchtet, dass Duchesne nicht bei seinem ersten Werthe blieb, aber er ersetzte ihn durch einen weitaus unvollkommneren, durch

$$\pi = \sqrt{\sqrt{320} - 8} = 3,1446055\cdots,$$

d. h. durch eine Zahl, welche grösser war als die von Archimed aufgestellte obe- (593)
re Grenze $3\frac{1}{7}$, und Duchesne handelte hierbei keineswegs unbewusst. Er erklärt vielmehr ruhig: demzufolge komme die richtige Verhältnisszahl zwischen Durchmesser und Kreisumfang ausserhalb der archimedischen Grenzen zu liegen und sei grösser als $3\frac{1}{7}$.

Trotz dieser Eigenschaft des neuen Werthes, welche jeden ernst haften Mathematiker auch der damaligen Zeit kopfscheu machen musste, fand derselbe einen Bewunderer in Raimarus Ursus[59]. Dieser Landmesser aus dem Dithmarschen, welcher durch eigenes Studium vom Schweinehirten zum kaiserlichen Mathematiker auf gestiegen war, widmete in seinem *Fundamentum astronomicum* von 1588 ein besonderes Blatt *Simoni a Quercu inventori divini artificii.* Die

[56] Eneström in der *Bibliotheca mathematica* 1889, pag. 28.
[57] s) Zeitschr. Math. Phys. XXVII, Supplementheft S. 187.
[58] *Bouwstoffen* etc. pag. 112–113.
[59] Kästner I, 632. — Allgem. deutsche Biographie XXVII, 179–180. — Rud. Wolf, Astronomische Mittheilungen Nr. LXVIII.

Erfindung selbst wird folgendermassen geschildert (Fig. 123). Sei AB ein Kreisdurchmesser und BD Berührungslinie an den Kreis, ferner AD so gezogen, dass das innerhalb des Kreises fallende Stück AC dem von der Berührungslinie abgeschnittenen Stücke BD gleich wird, so ist AC zugleich auch die Länge des Kreisquadranten. Zieht man die Hilfslinie BC, so sind die beiden rechtwinkligen Dreiecke ABD, BCD einander ähnlich, mithin $AD : BD = BSD : CD$. Nun heisse $BD = AC = x$, $CD = y$, $AB = d$, so ist

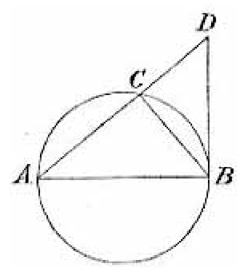

Fig. 123.

$$(x+y)^2 = x^2 + d^2, \quad y = \sqrt{x^2+d^2} - x$$

und jene Proportion geht über in

$$\sqrt{x^2+d^2} : x = x : (\sqrt{x^2+d^2} - x),$$

woraus $x = \frac{d}{4}\sqrt{\sqrt{320} - 8}$ folgt. Ist nun x wirklich die Länge des Quadranten oder $\frac{\pi d}{4}$, so erscheint in der That $\pi = \sqrt{\sqrt{320} - 8}$, aber für jene Gleichsetzung, welche doch erst bewiesen werden müsste, scheint eine Begründung nicht versucht zu sein.

Vieta gab, wie wir schon gesagt haben, 1593 das 8. Buch der vermischten Aufgaben heraus, und dort sind der Zahl π mehrere Annäherungen gegeben, welche aber immer nur als Annäherungen bezeichnet Vieta's wissenschaftlichen Standpunkt wahren[60]. Zunächst erklärt Vieta, er sei den Spuren Archimed's folgend weit über das von diesem erreichte Ziel hinausgekommen. Er habe nämlich gefunden:

$$\frac{31415926537}{10000000000} < \pi < \frac{31415926537}{10000000000}. \tag{594}$$

Nächst dieser auf 9 Dezimalstellen genauen Ermittelung schlägt Vieta folgende vor: das kleinere Stück einer im goldenen Schnitt getheilten Strecke verhalte sich zur ganzen Strecke wie der Kreisdurchmesser zu $\frac{10}{12}$ der Peripherie. Dieser Annahme entspricht

$$\pi = \frac{18 + \sqrt{180}}{10} = 3,14164075\cdots,$$

d. h. ein Werth, welcher von dem des Ptolemäus (Bd. I., S. 394) sich erst von der 5. Decimalstelle an unterscheidet. Eine Konstruktion desselben ist folgende

[60]Vieta pag. 392–393.

(Figur 124): BC und DE sind zwei im Mittelpunkte A senkrecht durchkreuzende Durchmesser. AD ist in F halbirt und durch B und F die BG bis zum Durchschnitte mit der Kreislinie gezogen, dann von G aus die $GH \| DE$. Man macht $FZ = FA$, $EI = BZ$, zieht IH und mit ihr parallel EK, so ist AK die angenäherte Länge des Kreisquadranten. Wegen $AB = 2AF$ ist $BH = 2GH$, und da $GH^2 = BH \cdot HC$, so ist auch $GH = 2HC$, $BH = 4HC = \frac{4}{5}d$, $AH = \frac{4}{5}d - \frac{1}{2}d = 0,3d$. Ferner

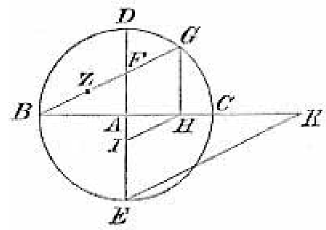

Fig. 124.

$$FB = \sqrt{AB^2 + AF^2} = \frac{d}{4}\sqrt{5}, \quad BZ = EI = \frac{d}{4}(\sqrt{5} - 1),$$

$$AI = AE - EI = \frac{d}{4}(3 - \sqrt{5}).$$

Aber $AI : AE = AH : AK$, mithin

$$AK = \frac{AE \cdot AH}{AI} = \frac{\frac{d}{2} \cdot \frac{3d}{10}}{\frac{d}{4}(3 - \sqrt{5})} = \frac{3}{20}d(3 + \sqrt{5}),$$

und da AK der Kreisquadrant oder $\frac{d\pi}{4}$ sein soll, so wird $\pi = \frac{18+\sqrt{180}}{10}$ wie oben. Auch eine Zeichnung des flächengleichen Quadrates wird unter Voraussetzung des gleichen Werthes von π gelehrt.

Wissenschaftlich weit merkwürdiger ist eine zweite von Vieta eingeschlagene Gedankenfolge[61], von welcher er selbst aussagt, sie sei das in Rechnung umgesetzte Verfahren des Antiphon (Bd. I, S. 190). Sei (Figur 125) $AB = a_n$ die Seite des regelmässigen Sehnen-n-ecks, (595)
dessen Fläche F_n heisse, sei ferner $AC = a_{2n}$ die Seite des regelmässigen Sehnen-2n-ecks und F_{2n} dessen Fläche. $OC = r$ ist der Halbmesser, $BE = a_n$ ist die Supplementarsehne von AB, für welche Vieta des Namens *Apotome* sich bediente. Offenbar ist

$$\triangle ABE \sim ADO,$$

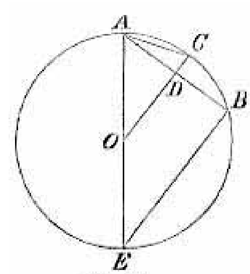

Fig. 125.

mithin $BE : AE = OD : OA$ oder $\frac{OD}{r} = \frac{a_n}{2r}$. Ferner ist

$$\triangle OAC = \frac{1}{2n}F_{2n}, \quad \triangle OAD = \frac{1}{2n}F_n,$$

$$F_n : F_{2n} = \triangle OAD : \triangle OAC = OD : OC = a_n : 2r.$$

Genau ebenso beweist sich $F_{2n} : F_{4n} = a_{2n} : 2r$, $F_{4n} : F_{8n} = a_{4n} : 2r$ u. s. w. Multiplicationen von k solcher aufeinander folgenden Proportionen giebt

$$F_n : F_{2^k n} = a_n \cdot a_{2n} \cdots a_{2^{k-1} n} : (2r)^k.$$

[61] Vieta pag. 398–400.

Ist $n = 4$, so ist $F_4 = 2r^2$ und $2^k \cdot n = 2^{k+2}$, $2^{k-1} \cdot n = 2^{k+1}$, also

$$F_{2^{k+2}} = 2r^2 \cdot \frac{2r}{a_4} \cdot \frac{2r}{a_8} \cdots \frac{2r}{a_2^{k+1}}.$$

Bei unendlich werdendem k fällt $F_{2^{k+2}}$ mit der Kreisfläche $r^2\pi$ zusammen und durch leichte Umformung ist

$$\frac{2}{\pi} = \frac{a_4}{2r} \cdot \frac{a_8}{2r} \cdot \frac{a_{16}}{2r} \cdots \text{in infin.}$$

Nun ist aber $\frac{a_n}{2r} = \cos AEB = \cos \frac{360^o}{2n}$ oder die unendliche Factorenfolge rechter Hand würde sich heute in der Form

$$\cos\frac{90^o}{2} \cdot \cos\frac{90^o}{4} \cdot \cos\frac{90^o}{8} \cdots$$

darstellen. Die Werthe dieser einzelnen Factoren sind aber

$$\sqrt{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}, \quad \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}, \cdots$$

und so kommt

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \cdots,$$

wie Vieta gefunden hat. Es war das `die erste unendliche Factorenfolge`, welche aufgestellt worden ist, und ein glücklicher. Zufall wollte, dass es eine convergente Factorenfolge war, welche entstand[62]. Eine praktische Folge hatten die vollständig aus dem gewohnten Gedankenbereiche sich entfernenden Untersuchungen Vieta's nicht. Sie verhinderten nicht einmal, dass ein auf anderen Gebie- (596)
ten hervorragender Gelehrter schon im folgenden Jahre mit neuen Verkehrtheiten an die Oeffentlichkeit trat. Joseph Scaliger[63] (1540 – 1609) geboren in Agen in der französischen Provinz Guienne, kam als bereits weit und breit berühmter Mann 1593 an die Leidener Hochschule, welcher er bis zu seinem Lebensende angehörte. Sein *Opus de emendatione temporum* von 1583 war ein bahnbrechendes `Lehrbuch der Chronologie` und erwarb ihm den keineswegs unverdienten Namen, der Vater dieser Wissenschaft gewesen zu sein. Begreiflicherweise sah man daher mit zum voraus hochgespannter Erwartung seinen *Cycloometrica elementa* entgegen, welche 1594 bei einem der ersten damaligen Drucker, Raphelengius

[62]Den Beweis der Convergenz hat H. Rudio in der Zeitschr. Math. Phys. XXXVI, Histor.-liter. Abtheilung S. 139–140 geführt.

[63]Kästner I, 487–497. — Bouwstoffen etc. pag. 280–314. — Wolf, Geschichte der Astronomie pag. 337.

(Franz von Ravelingen) in Leiden in glänzender Ausstattung erschienen (S. 586) [S. 14] und welchen noch im gleichen Jahre das *Mesolabium* sowie ein *Appendix ad cyclometrica* nachfolgten. Wie verkehrt Scaliger's Meinungen waren, zeigt gleich die Thatsache, dass im ersten Buche der Cyclometrica der Satz ausgesprochen ist, das Quadrat des Kreisumfanges sei das Zehnfache des Quadrates des Durchmessers ($\pi = \sqrt{10}$) , während im zweiten Buche behauptet wird, die Kreisfläche sei gleich einem Rechtecke , dessen Grundlinie die Seite des dem Kreise eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks und dessen Höhe $\frac{9}{10}$ des Kreisdurchmessers sei ($\pi = \sqrt{9,92}$). Einen Widerspruch sah Scaliger in diesen beiden Behauptungen deshalb nicht, weil er die Wahrheit des archimedischen Satzes leugnete, die Flächen des Kreises und eines rechtwinkligen Dreiecks mit Kreisumfang und Halbmesser als Katheten seien gleich. Ja es kam ihm auch darauf nicht an, herauszurechnen, die Seiten des regelmässigen Sehnenzwölfecks besässen eine grössere Summe als der Kreisumfang u. s. w. Ein französischer Schriftsteller über Befestigungskunst, Jean Errard de Barleduc[64], Ludolph van Ceulen, Clavius, Van Roomen, Vieta, ein Italiener Pietro Antonio Cataldi erhoben ihre Stimmen gegen Scaliger, aber ohne ihn eines Besseren zu belehren. Sein Appendix giebt zwar einige Fehler der Cyclometrica zu, aber es seien nur nebensächliche Irrthümer, während die archimedische Lehre in allen Hauptpunkten falsch sei. Vieta hatte sich nicht nur in dem schon von uns genannten *Pseudomesolabium* gegen Scaliger ausgesprochen, sondern auch in einer zweiten Schrift *Munimen adversus nova cyclometrica*. Aus dieser erwähnen wir nur die Bemer- (597)
kung, Scaliger's $\pi = \sqrt{10}$ sei nicht einmal neu, sondern von Arabern längst in Anwendung gebracht[65].

Auch Jacob Christmann[66] (1554 - 1630 [†1613]), Orientalist und Astronom in Heidelberg, schrieb 1595 eine vornehmlich gegen Scaliger gerichtete *Tractatio geometrica de quadratura circuli*, welche den Satz vertheidigte, es sei überhaupt nicht möglich, den Kreis irgend einer geradlinig begrenzten Figur genau gleich zu setzen, nur eine annäherungsweise Quadratur sei ausführbar. An Christmann's Persönlichkeit knüpfen sich zwei bemerkenswerthe Dinge, erstens, dass für ihn in Heidelberg 1609 die erste Professur der arabischen Sprache gegründet wurde, welche es überhaupt in Europa gab, und zweitens, dass er eine Zeit lang der Besitzer der Originalhandschrift des Werkes des Koppernicus über die Weltsysteme war. Eine 1611 von ihm in Heidelberg zum Druck gegebene *Theoria lunae* enthält eine Stelle aus Johannes Werner's Trigonometrie, in welcher man die erste abendländische Anwendung der Prosthaphaeresis (S. 454) erkannt hat.

Die Zeitfolge führt uns zu einem weiteren Bearbeiter der Kreismessung, des-

---

[64] Diese Schreibweise entnehmen wir dem in den *Bouwstoffen* etc. pag. 293 abgedruckten Titel der *Refutation*. Poggendorff I, 672 schreibt `Erard`.

[65] Vieta pag. 439.

[66] Kästner I, 497–498. — Allgem. deutsche Biographie IV, 222. — Urkundenbuch der Universität Heidelberg (1886) Bd. II, S. 180, Nr. 1488 und 1489.

sen Namen wir schon einigemal zu nennen hatten: Adriaen van Roomen[67], latinisirt Adrianus Romanus (1561 bis 1615). Er ist in Löwen geboren und hat sich dort, dann in Köln, zuletzt in Italien medicinischen und mathematischen Studien gewidmet. Im Jahre 1586 war er bereits verehelicht und wohnte in Berlin, bis er als Professor an seine heimathliche Hochschule berufen wurde. Die mitunter auftretende Behauptung, Van Roomen sei an Stelle des verstorbenen Gemma Frisius berufen worden, beruht auf Irrthum, da jener 1555, also sechs Jahre vor Van Roomen's Geburt starb. Ebensowenig kann aber die Berufung an Stelle des Sohnes Cornelis Gemma Frisius (1535–1577) stattgefunden haben, bei dessen Tode Van Roomen erst 16 Jahre alt war. In Löwen veröffentlichte er 1593 seine *Ideae mathematicae*. Den Inhalt bildeten wesentlich Untersuchungen über regelmässige Vielecke und über den Werth ihrer Seiten in Bruchtheilen des Durchmessers des einbeschriebenen, aber auch desjenigen des umschriebenen Kreises. In dieser Weise `fand er` π `auf 17 Decimalstellen genau` und damit näher, als man diese Zahl bisher kannte. Auch eine Aufgabe stellte er gleichzeitig Mathematikern aller Orten: *Problema Mathematicum omnibus totius orbis mathematicis ad construendum propositum*. Das war jene Aufgabe, welche Vieta (598)
löste und mit der Gegenfrage nach dem drei gegebene Kreise berührenden Kreise beantwortete (S. 590) [S 17]. Van Roomen erledigte sie, wie wir wissen, unter Anwendung von Kegelschnitten, was Vieta wieder die Gelegenheit zur Veröffentliche seines *Apollonius Gallus* bot. Van Roomen hatte inzwischen sein Aufenthalt verändert. Er war nach Würzburg berufen worden und 1594 etwa dorthin übergesiedelt. Dort gab er jedenfalls 1597 eine Streitschrift heraus. Sie begann mit der Uebersetzung und Erläuterung von Archimed's Kreismessung, dann folgte *Apoloqia pro Archimede* gegen Scaliger, den Schluss bildeten *Exercitationes cyclicae* gegen Orontius Finaeus und gegen Raimarus Ursus, also eigentlich, gegen Simon Duchesne. In dieser Streitschrift, welche einer von Ludolph van Ceulen verfassten Schrift ganz ähnlichen Inhaltes ziemlich rasch nachfolgte, vielleicht hervorgerufen durch einen hochtrabenden Brief Scaliger's[68], der dessen Missachtung Aller, welche ihm zu widersprechen gewagt hatten, Ausdruck gab. Van Roomen zeigte dabei, dass Duchesne's $\pi = \sqrt{320} - 8$ einer der Werthe war, welche Nicolaus von Cusa beiläufig einmal angegeben, Regiomontanus widerlegt hatte. Dieselbe Bemerkung war auch von Ludolph van Ceulen gemacht worden, und sie ist insofern nicht unwichtig, als sie zeigt dass man damals unter den niederländischen Kreisberechnern jener älteren Literatur volle Aufmerksamkeit widmete. Nun folgte 1600 Vieta's Apollonius Gallus und die im Anschlüsse daran unternommene Reise nach Frankreich. Der Aufenthalt in Würzburg wurde Van Roomen durch den dort eintretenden Tod seiner Gattin verleidet. Er gab seine Professur ab und beabsichtigte sich in ein Kloster zurückzuziehen. Er muss damals nach Löwen zurückgekehrt sein, von wo er 1606 neuerdings nach Würzburg übersiedelte. Ein

[67] Kästner I, 457–468 und 504–511. — *Bouwstoffen* etc. pag. 315– 326.
[68] Kästner I, 506–508.

1606 gedrucktes *Speculum astronomicum* Van Roomen's nennt den Verfasser auch ausdrücklich Kanonikus der Johanneskirche in Würzburg. Im Jahre 1610 folgte Van Roomen einer Berufung nach Polen. Nach fünfjährigem Aufenthalte daselbst wollte er seiner zerrütteten Gesundheit durch Gebrauch der Bäder in Spaa wieder aufhelfen. Unterwegs starb er in Mainz.

Ludolph van Ceulen[69] (1540–1610) haben wir schon wiederholt genannt. Der Name kommt auch in der Form van Keulen und van Collen vor, vielleicht einen kölnischen Ursprung der Familie bezeugend. Ludolph ist in Hildesheim geboren, in Leiden gestorben, wo er die von Prinz Moritz von Oranien gegründete Professur der Kriegsbaukunst inne hatte. Er wurde in der Peterskirche zu Lei- (599)
den Begraben, woselbst 1840 die inzwischen nicht wieder aufgefundene Inschrift noch vorhanden war, welche π auf 35 Decimalstellen genau bestimmte, eine alle früheren Berechnungen so weit übertreffende Annäherung, dass es nicht unverdient erscheint, wenn man iene Verhältnisszahl häufig die Ludolphische Zahl genannt hat. Die genaue Berechnung von π bildet den Hauptgegenstand der Schriften Ludolph's van Ceulen, sowohl der Streitschriften, welche er gegen Simon Duchesne und gegen Scaliger verfasste, als auch eines selbständigen Werkes *Van den Circke*l, welches erstmalig 1596 im Drucke erschien und nochmals 1615 nach dem Tode des Verfassers, sowie zum dritten Male 1619 in lateinischer Sprache. Die lateinische Ausgabe rührt von Willebrord Snellius her, die zweite holländische YOH der Wittwe Ludolph's van Ceulen, Adriana Symonsz, welche ihrem Gatten auch schön bei der mühsamen Rechnung geholfen hatte. Die Berechnung selbst ging den seit Archimed altbekannten Weg, dass unter Anwendung fortwährender Quadratwurzelausziehungen die Länge der Seiten eingeschriebener und umschriebener regelmässiger Vielecke zu der des Kreisdurchmessers in Verhältniss gesetzt wurde, indem man von dem jeweil betrachteten Vielecke zu dem mit doppelter Seitenzahl überging. Die Tangentenvielecke verfolgte Ludolph yan Ceulen mit dem Sechsecke beginnend bis zu dem mit 192 Ecken, die Sehnenvielecke wurden berechnet bis zu dem mit 96 Ecken. In den gedruckten Werken ist dieser Genauigkeit entsprechend π erst auf 20, später auf 32 Decimalstellen bekannt gemacht. Die in der Grabschrift angegebenen drei weiteren Stellen rühren aber gleichfalls von Ludolph van Ceulen her, wie durch ein 1621 erschienenes Werk von Snellius bestätigt wird[70]. Ludolph van Ceulen hat eine andere Schrift noch hinterlassen *De arithmetische en geometrische Fondamenten*. Diese wurde 1615 in holländischer Sprache gedruckt, später abermals in einer lateinischen Bearbeitung von Snellius.

Der letzte hier zu erwähnende Schriftsteller ist Adriaen Anthonisz[71] (1527–1607), welcher in Metz geboren in den Niederlanden als Kriegsbaumeister thätig

[69] Kästner III, 50–51. — Bouwstoffen etc. pag. 123– 170. — Allgem. deutsche Biographie IV, 93.

[70] *Bouwstoffen* etc. pag. 147 die 32 Decimalstellen Ludolph's van Ceulen; ebenda pag. 15l die 35 Stellen abgedruckt aus dem. Cyclometricus von Willebrord Snellius.

[71] *Bouwstoffen* etc. pag. 219–253.

war. Er war in Alcmaer ansässig und wurde sogar 1573 zum Bürgermeister dieser Stadt ernannt. Von dem Geburtsorte Metz ist der Beiname METIUS abgeleitet, welcher den beiden Söhnen von Anthonisz, Adriaen und Jacob, geradezu als Familienname diente. Von diesen beiden Söhnen war Jacob Glasschleifer, ADRIAEN (600)
METIUS (1571 – 1635) aber Mathematiker. Aus einer 1625 gedruckten *Arithmetica et Geometria nova* dieses Adriaen Metius ist ersichtlich, dass dessen Vater[72] eine Gegenschrift gegen Duchesne verfasst hat und in dieser zwei Grenzwerthe aufstellte, zwischen welchen π enthalten sein müsse: $3\frac{15}{116} < \pi < 3\frac{17}{120}$. Später ging dann Anthonisz einen Schritt weiter, indem er diesen Grenzwerthen einen Mittelwerth dadurch entnahm, dass er, wie es CHUQUET gemacht hatte (S. 352), die Zähler und die Nenner einander addirte:

$$3\frac{15+17}{106+120} = 3\frac{32}{226} = 4\frac{16}{113} = \frac{355}{113} = 3,1415929\cdots,$$

also 6 richtige Decimalstellen. Die Entstehungsweise des Werthes von Anthonisz wird man nicht füglich anders als eine zufällige nennen können; aber da die Ludolphische Annäherung bereits bekannt war, als Anthonisz die seinige fand, so ist es unglaublich, dass nicht durch ihn selbst eine Vergleichung sollte angestellt worden sein, welche das vortreffliche Ueb ereinstimmen von $\frac{355}{113}$ nachwies, und welche dadurch die grossen Vorzüge dieses in verhältnissmässig sehr kleinen Zahlen ausgedrückten Verhältnisses enthüllte. Jedenfalls hat der Sohn diese Thatsache hervorgehoben.

Bei allen cyclometrischen Versuchen wirklicher Mathematiker, die wir aufzuzählen hatten, spielten Wurzelausziehungen ganz regelmässig eine wesentliche Rolle. Man wird kaum etwas Auffallendes darin finden, dass nicht häufiger trigonometrische Functionen dabei genannt wurden, welche doch die Beziehungen zwischen Vielecksseiten und Kreisdurchmesser so bequem erkennen lassen, denn im Grunde genommen handelt es sich dabei nur um andere Namen für die gleiche Sache. Die trigonometrischen Functionen selbst entstammen Wurzelausziehungen, und dieser Zusammenhang mag äusserlich darin sich spiegeln, dass wir im Anschlüsse an die Kreismessung jetzt von der `Anfertigung trigonometrischer Tafeln` handeln.

Als ein hervorragender Tabellenberechner ist uns schon (S. 474) RHÄTICUS bekannt geworden. Wir müssen der unterbrochenen Lebensgeschichte dieses Gelehrten uns wieder zuwenden, den wir zuletzt 1542 von Wittenberg nach Leipzig übersiedeln sahen. Dort begann er die Berechnung eines grossartigen Tafelwerkes der Sinus, Tangenten und Secanten für Winkel, welche um je 10" zunehmen, und unter Benutzung eines Kreishalbmessers 10000000000, d. h. also auf 10 De- (601)
cimalstellen. Das Wort Sinus vermied Rhäticus dabei, es sei barbarisch, und er bediente sich statt dessen des Wortes *perpendiculum*; für den Sinus complementi

[72] *Parens meits P. M.* Die beiden Buchstaben *P. M.* sind eine oft gebrauchte Abkürzung von `piae memoriae`. Man hat daraus früher irrthümlich einen Peter Metius gemacht. Yergl. BIERENS DE HAAN im *Bullet. Boncomp.* VII, 124.

sagte er *basis*[73]. Wenn wir von der Berechnung durch Rhäticus sprechen, so wäre es fast richtiger gewesen, von einer Berechnung unter seiner Aufsicht zu reden, denn er benutzte zwölf Jahre lang mehrere Rechner zur Beihilfe, was ihn *multa florenorum millia*, Tausende von Gulden kostete[74]. Gegen 1575 sich bei Rhäticus ein gewisser Valentinus Otho, von dem lange Zeit bekannt war, was er selbst über sich berichtet, dass er in Wittenberg von des Rhäticus Arbeiten gehört und sich ihm darauf als Gehilfen angeboten habe. Er nennt sich *Parthenopolitanus*, muss also wohl in Magdeburg geboren sein und zwar um. 1550, denn Rhäticus verglich sein Alter mit dem, in welchem er selbst 25-jährig zu Koppernikus gereist sei[75]. Johann Prätorius hat in einem in der Münchner Bibliothek aufbewahrten Schriftstücke[76] (S. 589) [S. 17] diese Mittheilungen ergänzt. Prätorius war es, der 1573 in Wittenberg den Otho auf Rhäticus hinwies. Er selbst hatte den jungen Mann im Monat August des erwähnten Jahres dadurch kennen gelernt, dass dieser ihm zwei Näherungswerthe von π vorlegte. Einmal sei

$$6\frac{4247779609}{15000000000} < 2\pi < 6\frac{4247779611}{15000000000}$$

(in Decimalen geschrieben $3,14159265365 < \pi < 3,1415926537$) und zweitens sei annähernd $\pi = \frac{355}{113}$. Der letztere Werth sei ein Mittelwerth zwischen dem. archimedischen $\frac{22}{7}$ und dem ptolemäischen $\frac{377}{120}$ und dadurch aus beiden erhalten, dass Zähler von Zähler und zugleich Nenner von Nenner abgezogen wurde. Prätorius macht die Zusatzbemerkung, jene erste Angabe habe er später bei Vieta gefunden, aus dessen Schule sie vermuthlich stamme. So wahr es ist, dass Vieta die Zahlen kannte (S. 594) [S. 20], so hat er sie doch erst 1593 in Druck gegeben, und der Nachweis ist nicht gebracht, dass Vieta schon 20 Jahre früher in deren Besitz war. Was den anderen Werth $\frac{355}{113}$ betrifft, so haben wir (S. 600) [S. 26] gesehen, dass Adriaen Anthonisz ihn durch Addition zweier Zähler und zweier Nenner sich verschaffte, als er ihn in einer Streitschrift gegen Duchesne veröffentlichte. Duchesne selbst schrieb (S. 592) [S. 19] nicht vor 1583. Die Gegenschrift ist (602)
mithin mindestens zehn Jahre später verfasst., als Valentin Otho seinen Besuch bei Prätorius machte, und somit muss Otho als Erfinder jenes Werthes gelten, womit die Selbständigkeit von Anthonisz in keiner Weise in Abrede gestellt werden will. Rhäticus nahm Otho's Anerbieten an und begann ihn zu unterweisen. Dazu bedurfte er schon fertig berechneter Theile der Tafeln, welche, es ist nicht gesagt wieso, in Krakau sich befanden, und Otho wurde abgesandt, sie von dort zu holen, während Rhäticus einer Einladung auf ein Schloss folgte, wo er ein neu getünchtes Zimmer beziehen musste und daran erkrankte. Drei Tage nach Otho's Rückkehr reisten beide nach Kaschau in Ungarn zu Johannes Ruber, einem hohen Beamten. Dort verschlimmerte sich der Zustand des Rhäticus von Tag zu Tag,

[73] Kästner I, 601.
[74] Kästner, Geometrische Abhandlungen I. Sammlung S. 576.
[75] *Profecto in eadem aetate ad me venis, qua ego ad Copernicum veni*
[76] Curtze, Zur Biographie des Rheticus in der Altpreussischen Monatsschrift XXXI, 491–496.

und kaum eine Woche nach der Ankunft starb Rhäticus in den Armen seines jungen Freundes, welchen er als Erben seiner Arbeit und der schon vollendeten Abschnitte derselben eingesetzt hatte; Otho solle die letzte Hand daran legen und den Druck überwachen. Kaiser Maximilian II bestätigte diese Verfügung und sagte zu, für die Kosten aufzukommen. Allein 1576 starb der Kaiser, und sein Nachfolger hatte für derartige Zwecke kein Geld übrig. Ruber deckte einige Zeit die Kosten, bis Otho zur Wittenberger Professur der Mathematik berufen wurde und der Kurfürst August von Sachsen sich der Sache annahm. Aber da brachen die kryptocalvinistischen Händel aus, in deren Folge der Kurfürst seine Hand von der Universität abzog und Otho musste wiederholt einen neuen Gönner aufsuchen. Er fand ihn in Kurfürst Friedrich IV. von der Pfalz, und mit dessen Unterstützung wurde das Werk vollendet und 1596 in Neustadt als *Opus Palatinum de Triangulis*[77] gedruckt. Ausser den Tafeln und der Lehre von ihrer Berechnung ist auch eine vollständige ebene und sphärische Trigonometrie darin enthalten, aus welcher letzteren insbesondere `die Unterscheidung der zweideutigen Fälle` hervorzuheben ist[78]. Unter den Formeln, deren Rhäticus zur Berechnung der Tafeln sich bediente, in welchen, wie naturgemäss, die meisten Zählen mittelbar aus anderen wenigen, die unmittelbar ausgerechnet waren, abgeleitet wurden, hat man

$$\sin n\alpha = 2\sin(n-1)\alpha \cdot \cos\alpha - \sin(n-2)\alpha,$$

$$\cos n\alpha = 2\cos(n-1)\alpha \cdot \cos\alpha - \cos(n-2)\alpha$$

hervorgehoben[79], deren Richtigkeit am Einfachsten aus (603)

$$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}$$

und

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}$$

sich ergiebt.

Rhäticus hatte ausser den im Opus Palatinum abgedruckten Tafeln noch grössere berechnet, bei welchen der Halbmesser zu l mit 15 Nullen angenommen war. Die Winkel wuchsen in denselben um je 10", für den ersten und letzten Grad des Quadranten aber waren die Winkel gar von Secunde zu Secunde unterschieden, allerdings nur unter Angabe des Sinus. Diese grossen Tafeln waren, wie Otho sich erinnerte, vorhanden, aber er wusste nicht mehr wo. Diese Gedächtnissschwäche, der als Grund sein Alter beigefügt wird, während er, 1596 doch noch nicht einmal 50 Jahre zählte, ist einigermassen auffallend, aber an ihrem

[77] Die Beschreibung bei Kästner I, 590–611.
[78] Kästner I, 603.
[79] Rud. Wolf, Handbuch der Astronomie, ihre Geschichte and Literatur I, 170 (Zürich 1890).

Vorhandensein ist nicht zu zweifeln, da ein eigener Bote nach Wittenberg geschickt wurde, um die, wie Otho meinte, dort vielleicht von ihm zurückgelassenen Tafeln zu ermitteln. Natürlich war die Sendung fruchtlos, denn als Otho starb und der gesammte Nachlass des Rhäticus, den Otho besessen hatte, mit Einschluss der Originalhandschrift des Werkes des Koppernikus, in Christmann's Hände kam (S. 597) [S. 29], fand sich darunter jene grosse Tafel, der sogen. *grosse Canon*. Dessen Bearbeitung wurde einer für tms neuen Persönlichkeit anvertraut.

Bartholomäus Pitiscus[80] (1561–1613), aus Grüneberg in Schlesien, war Hofprediger des Kurfürsten Friedrich IV. von der Pfalz, doch waren mathematische Neigungen ihm angeboren, für die er neben der Theologie manche Zeit verwandte. Als Abraham Scultetus[81] (1566–1625), gleich Pitiscus in Grüneberg geboren und in Heidelberg ansässig, wo er zuerst als Professor der Theologie, später als Hofprediger Friedrich V. wirkte, im Jahre 1595 *Sphaericorum libri tres* in Heidelberg erscheinen liess, gab Pitiscus dazu einen 57 Seiten starken Anhang unter dem Titel *Trigonometrien, sive de solutione triangulorum tractatus brevis et perspicuus*, dessen acht letzte Seiten von ebenen Dreiecken handelten. Aus diesem Anhange entstand ein Werk, welches gleichfalls Trigonometria genannt im Jahre 1600 in Augsburg gedruckt wurde. In einem Antiquariatskataloge finden wir eine ebenfalls 1600 in London gedruckte von einem gewissen Hamson herrührende englische Uebersetzung angezeigt. Wir wissen nicht, ob sie nach dem Anhange (604)
von 1595 oder schon nach der Augsburger Ausgabe hergestellt war. Eine abermals erweiterte Ausgabe erschien 1612 in Frankfurt und ist auf dem Titelblatte als dritte Ausgabe bezeichnet, wodurch die Abhandlung von 1595 doch wohl mit Wissen des 1612 noch lebenden Pitiscus zum Range einer ersten Ausgabe des umfangreichen Werkes heraufrückte. **Der Titel Trigonometrie ist, wie es scheint, von Pitiscus erfunden**, wenigstens lässt er sich früher nicht nachweisen. Dieser Trigonometrie sind Tabellen beigegeben, welche die trigonometrischen Linien Sinus u. s. w., liefern, und zwar in der Auflage von 1612 mit **Decimalstellen, welche durch einen Punkt von den übrigen Stellen getrennt sind**, vielleicht in Nachahmung Vieta's (S. 584) [S. 11]. Das eigentliche Tabellenwerk aber, um dessen Vollendung Pitiseus sich Verdienste erwarb, der grosse Canon des Rhäticus, erschien 1613 unter dem Titel *Thesaurus mathematicus*. Bei denjenigen Rechnungen welche Pitiscus selbst zur Ergänzung der vorhandenen Lücken vornahm, **bediente er sich vorzugsweise der Regula falsi**, welche allmälig zu wahren Näherungsmethoden für Auflösung von Zahlengleichungen sich ausgebildet hatte, und mittels deren man die trigonometrische Dreitheilung und Fünftheilung des Bogens vollzog, d. h. eigentlich Gleichungen dritten und fünften Grades löste. Bei Pitiscus finden sich fortwährend die Namen **Tangente** und **Secante** in Gebrauch, doch rühren diese nicht von ihm her. Sie sind etwas älteren

[80] Kästner I, 564–565, 581–590, 612–626; II, 743–745. — Allgem. deutsche Biographie XXVI, 204–205. — N. L. W. A. Gravelaar, *Pitiscus Trigonometria* in dem Nieuw Archief voor Wiskunde, 2. Reihe, III. Theil (auch als Sonderdruck 1898).

[81] Poggendorff II, 883.

Ursprunges. Ihr erstes Vorkommen ist in der 1583 in Basel gedruckten *Geometria rotundi*. Deren Verfasser, THOMAS FINCK[82] (1561–1656) aus Flensburg, war Mediciner und Mathematiker und bald in der einen, bald in der anderen Eigenschaft thätig, bald 1587 Leibarzt des Herzogs von Schleswig-Holstein in Gottorp, bald 1591 Professor der Mathematik in Kopenhagen, dann wieder seit 1603 ebenda Professor der Medicin. Noch ein Name entstand um den Anfang des XVII. Jahrhunderts, der Name `Cosinus` statt des bei Pitiscus z. B. noch üblichen Sinus Complementi. Diese Umstellung (complementi sinus, co. sinus, cosinus) rührt von dem Engländer EDMUND GUNTER (1581–1626) her, von welchem wir später noch zu reden haben, während wir hier nur im Zusammenhange die Männer nennen wollen, welche verschiedene Namen zuerst benutzten, die dann rasch sich einbürgerten.

Zu den trigonometrischen Schriftstellern gehört auch der namentlich als vorzüglicher Beobachter berühmte Astronom TYCHO BRAHE (1546–1601). In einem Hefte[83], welches auf der Aussenseite die Jahreszahlen 1591 und 1595 trägt, (605)
hat er die wichtigsten Sätze der Ebenen und der sphärischen Trigonometrie zusammengestellt.

Ganz anderer Natur waren die Fortschritte, welche die Lehre von den trigonometrischen Functionen und welche die Trigonometrie in den Händen VIETA's und VAN ROOMEN's machten. Das 8. Buch von Vieta's vermischten Aufgaben von 1593 hat (S. 586) [S. 13] schon einmal unsere Aufmerksamkeit beansprucht. In ihm ist auf S. 402 der sogenannte Cosinussatz der ebenen Trigonometrie in der Form $2ab : (a^2 + b^2 - c^2) = \sin 90^o : \sin(90^o - C)$ ausgesprochen. In demselben ist auch eine ziemlich vollständige Sammlung von Aufgaben der sphärischen Trigonometrie enthalten, z.B. der beiden Aufgaben, aus den drei Seiten einen Winkel, aus den drei Winkeln eine Seite zu finden[84], mit welchen seit Regiomontan (S. 271) kein Mathematiker mehr sich beschäftigt hatte, und Vieta giebt die jenen Aufgaben entsprechenden Lösungen seiner Gewohnheit gemäss in fast unverständlichen Worten[85], welche aber in die Proportionen

$$\sin a \cdot sinb : (\cos c \mp \cos a \cdot \cos b) = 1 : \cos C$$

$$\sin A \cdot \sin B : (\cos A \cdot \cos B \pm \cos C) = 1 : \cos c$$

haben umgesetzt werden können. Insbesondere aber ist zum ersten Male `das reciproke Dreieck eines sphärischen Dreiecks` erwähnt, welches entsteht, wenn aus den Eckpunkten des gegebenen Dreiecks als Mittelpunkten grösste Kreise beschrieben werden, die alsdann bei ihrem gegenseitigen Durchschneiden eben

[82] Allgem. deutsche Biographie VII, 13–14.

[83] Als Photographotypie durch H. STUDNIČKA 1886 in Prag herausgegeben.

[84] VIETA pag. 407.

[85] A. VON BRAUNMÜHL, Zur Geschichte des sphärischen Polardreiecks in *Biblioth. math.* 1898, S. 65–72.

jenes reciproke Dreieck bilden[86]. In demselben Jahre 1593 stellte Van Roomen, wie wir wiederholt erzählt haben, eine öffentliche Aufgabe. Es handelte sich um eine Gleichung 45. Grades, welche gelöst werden sollte. Vieta war im Stande, schon 1594 die richtige Auflösung im Drucke erscheinen zu lassen, *Responsum ad problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus*[87] nannte Vieta seine Abhandlung. Es handelte sich um Folgendes, wenn wir durch Anwendung unserer heutigen Bezeichnung den Gedankengang leichter verständlich machen, als er es in der Sprache Vieta's ist. Gegeben war also eine Gleichung 45. Grades, in welcher sämmtliche Potenzen der Unbekannten mit ungeraden Exponenten jeweils abwechselnd mit positiven und negativen Zahlencoefficienten versehen vorkamen. Man sollte daraus den Werth der Unbekannten ermitteln. Die Potenzen der Unbekannten waren nach dem Vorgange (606)
Stevin's, wie wir noch sehen werden, durch die eingeringelten Exponenten dargestellt, also x durch ① , x^3 durch ③ , ... x^{45} durch ㊺ . Die ganze Gleichung war:
$45x - 3795x^3 + 95634x^5 - 1138500x^7 + 7811375x^9 - 34512075x^{11} + 105306075x^{13} - 232676280x^{15} + 384942375x^{17} - 488494125x^{19} + 483841800x^{21} - 378658800x23 + 236030652x^{25} - 117679100x^{27} + 46955700x^{29} - 14945040x^{31} + 3764565x^{33} - 740259x^{35} + 111150x^{37} - 12300x^{39} + 945x^{41} - 45x^{43} + x^{45} = B.$
Van Roomen hatte hinzugesetzt, dass, wenn

$$B = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$$

sei, der Werth sich ergebe

$$x = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}.$$

Vieta erkannte die Beziehung zwischen x und B als eine derartige, dass sich $B = 2\sin\phi$ und $x = 2\sin\frac{\phi}{45}$ darstellte, oder, nach geometrischer Aussprache, dass B eine Sehne und x die Sehne des 45. Theiles ihres Bogens war. Vieta fügte auch, in der Erkenntniss, dass $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$ ist, hinzu, die Aufgabe lasse in drei andere sich spalten, nämlich in die Auflösung von $3z - z^3 = B$ mit $z = C$, dann $3y - y^3 = C$ mit $y = D$, endlich von $5x - 5x^3 + x^5 = D$ mit $x =$ dem gesuchten Werthe. So weit mag man die Verdienste der beiden Nebenbuhler um die Erweiterung der Kenntnisse von den trigonometrischen Linien etwa als gleiche betrachten. Wenn Vieta das scheinbar alle menschliche Kunst Ueberschreitende geleistet hat, dass er den Ursprung der vorgelegten Gleichung sofort erkannte, so

[86] Vieta pag. 418: *Si sub apicibus singulis propositi tripleuri sphaerici describantur maximi circuli, tripleurum ita descriptum tripleuri primum propositi lateribus et angulis est reciprocum*; vergl. A. von Braunmühl l. c.
[87] Vieta pag. 305– 324.

war dieses schlechterdings nur dadurch möglich, dass er `die Bildung der Sehne des` m`-fachen Bogens aus der Sehne des einfachen bereits kannte`. Genau das Gleiche müssen wir aber auch für Van Roomen in Anspruch nehmen. War sein Wissen von den erwähnten Beziehungen nur irgend geringer als das Vieta's, so wäre es ihm nie gelungen, die Gleichung aufzustellen, welche er der Oeffentlichkeit übergab, so wäre es ihm nie eingefallen, für x die Sehne von $\frac{30^o}{16} = 1^o\ 52'\ 30''$ zu setzen, um B als die Sehne von $\frac{45 \cdot 30^o}{16} = 84^o\ 22'\ 30''$ zu finden und dann rückwärts zu sagen, aus jenem B ergebe sich dieses x.

Nun ging aber Vieta noch einen gewaltigen Schritt über Van Roomen hinaus. Letzterer war mit Vieta an der Spitze aller Mathematiker, die mit dem Zusammenhange trigonometrischer Linien einfacher und vielfacher Bogen sich (607)
beschäftigten, aber Vieta war überdies, was Van Roomen nicht war, der grösste Algebraiker seiner Zeit. Er wusste, das wird im folgenden Kapitel sich zeigen, von der Anzahl der Wurzeln einer Gleichung. Wenn also für Van Roomen die Umkehrung, dass er x aus B abzuleiten verlangte, während er B aus x hergestellt hatte, lediglich eine solche Bedeutung hatte, wie wenn man etwa einem geometrischen Satze, den man gefunden hat, eine Aufgäbe entnimmt, zu deren Auflösung er sich eignet, so war für Vieta die Umkehrung von ganz anderem Inhalte erfüllt. Ausser dem Werthe von x, welcher zur Auffindung von B geführt hat, kann es, sagte er sich, noch andere geben, und diese anderen Werthe von x hat Vieta fast sämmtlich zu finden gewusst, nachdem er mit grosser Wahrscheinlichkeit der Aufgabe diese neue Fassung gegeben hatte. Denselben Werth $\frac{B}{2}$, welchen $\sin\phi$ besitzt, besitzen auch die Sinuslinien anderer Winkel, nämlich $\sin(360^o + \phi), \sin(2 \cdot 360^o \phi); \sin(3 \cdot 360^o + \phi)$ u. s. w. und nicht minder auch $\sin(180^o - \phi), \sin(360^o + 180^o - \phi), \sin(2 \cdot 360^o + 180^o - \phi)$ u. s. w. Somit ist für $\frac{x}{2}$ als dem Sinus des 45. Theiles des vorgenannten Bogens auch eine viele Möglichkeiten enthaltende Auffindung vorhanden. Dasselbe kann sein $\sin\frac{\phi}{45}, \sin(8^o + \frac{\phi}{45}), \sin(16^o + \frac{\phi}{45})$ u. s. w., beziehungsweise $\sin(4^o - \frac{\phi}{45}), \sin(12^o - \frac{\phi}{45}), \sin(20^o - \frac{\phi}{45})$ u. s. w. Wie weit konnte, durfte dieses u. s. w. sich erstrecken? Noch immer war man an die Schranke positiver Gleichungswurzeln gebunden, noch immer gab es Sinuslinien nur für Bögen zwischen 0 und 180^o. Demzufolge musste $\phi < 180^o, \frac{\phi}{45} < 4^o$ sein, und als weitere Folge konnten nur die Werthe

$$\sin\frac{\phi}{45}, \quad \sin(1 \cdot 8^o + \frac{\phi}{45}), \quad \sin(2 \cdot 8^o + \frac{\phi}{45}), \quad \ldots \quad \sin(22 \cdot 8^o + \frac{\phi}{45}$$

als Gleichungswurzeln gelten oder

$$\sin(4^o - \frac{\phi}{45}), \quad \sin(4^o + 1 \cdot 8^o - \frac{\phi}{45}), \quad \ldots \quad \sin(4^o + 22 \cdot 8^o - \frac{\phi}{45}),$$

welche in umgekehrter Reihenfolge genau dieselben Wurzelwerthe sind, wie vorher. `Es gab deren 23`. Das ist, was Vieta gefunden hat, wenn auch weitaus nicht in der scharfen, leicht durchsichtigen Ausdrucksweise, welche die heutige Sprache

seinen Gedanken zu leihen weiss. Wer es versucht, Vieta's Abhandlung durchzulesen, wird der Ueberzeugung sich anschliessen, dass es ein wenn nur nachträgliches, doch keineswegs geringfügiges Verdienst Van Roomen's bildet, Vieta's *Responsum* (608)
verstanden zu haben.

Vieta schrieb über verwandte Untersuchungen, welche wir zu zeigen gesucht haben, bei Anfertigung des Responsum schon abgeschlossen gewesen sein müssen, wenn wir auch nicht wissen weit sie zu Papier gebracht waren, *Theoremata ad angulares sectiones*[88]. Erst gegen 1615 hat ANDERSON, ein Mathematiklehrer in Paris diese Sätze mit Beweisen versehen. Von Van Roomen ist noch ein *Canon triangulorum sphaericorum*[89] von 1609 anzuführen, welcher die Weitschweifigkeit des Opus Palatinum eindämmend `statt 28 Sonderfälle der sphärischen Trigonometrie deren nur 6 anerkannte`. Aehnliches hatte Vieta in seinen vermischten Aufgaben von 1593 geliefert.

Eine gewisse Berechtigung hat es wohl, wenn wir im Anschlusse an die Schriftsteller, welche mit Trigonometrie sich beschäftigten, ganz im Vorbeigehen bemerken, dass die Niederlande von der zweiten Hälfte des XVI. Jahrhunderts an auch Wohnsitz von solchen Gelehrten waren, welche die `Entwerfung von Landkarten` zu ihrer Aufgabe wählten[90]. GERHARD MERCATOR (1512 – 1594) von Rupelmonde an der Schelde diene als Vertreter dieser Richtung. Die ausführlichere Darstellung seiner Projectionsmethode und dessen, was seine Schüler aus ihr gemacht haben, gehört allerdings der Geschichte der Geographie oder der Kartographie an.

[88] VIETA pag. 237–304.
[89] MONTUCLA I, 579.
[90] QUETELET pag. 110–126. — BREUSING, Gerhard Mercator, der deutsche Geograph (1869).